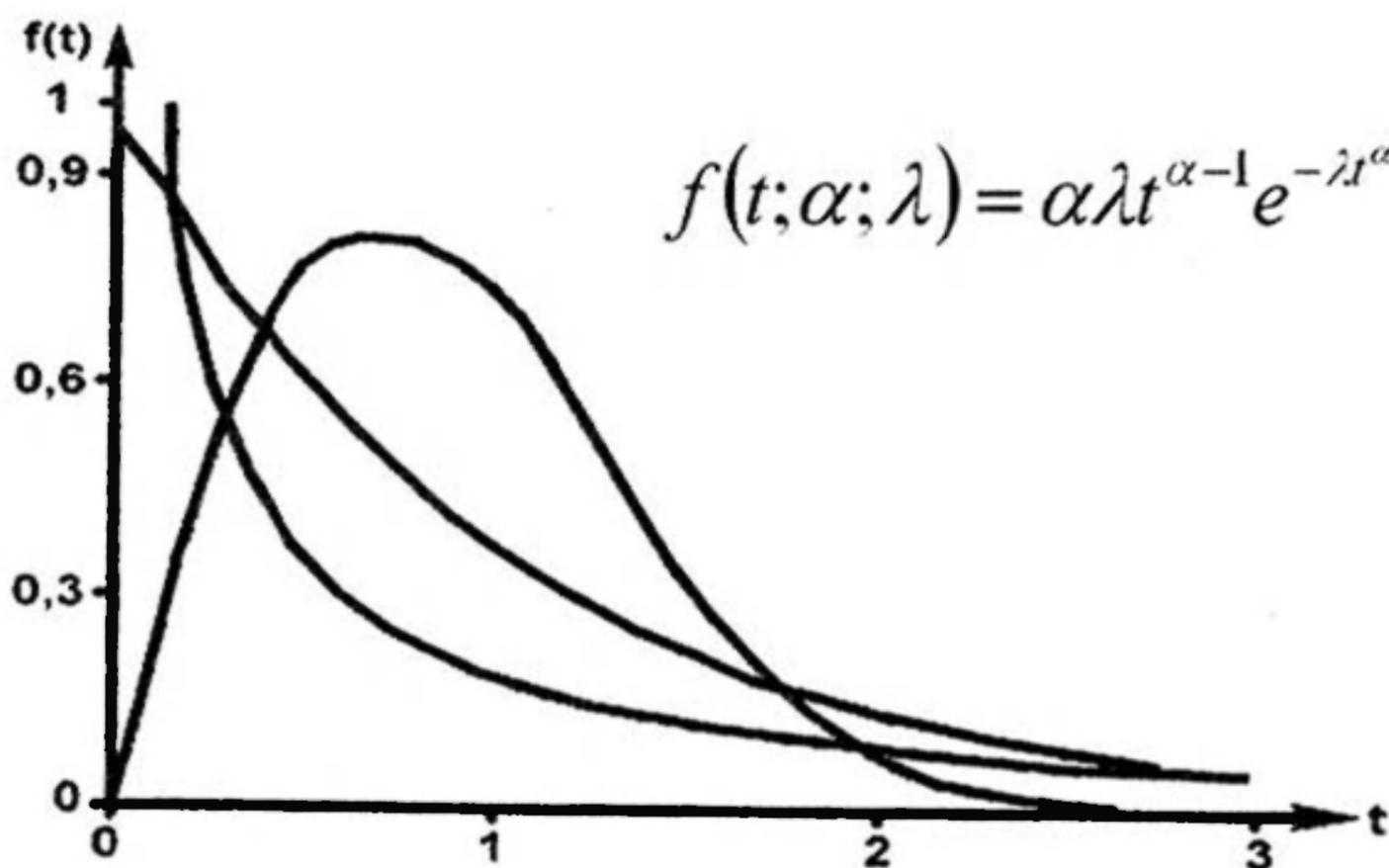




Ю.Г. Полкунов А.А. Хорешок
Б.А. Катанов Г.Д. Буялич

НАДЁЖНОСТЬ ГОРНЫХ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ

ЧАСТЬ 1



Кемерово 2003

**Министерство образования Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Кузбасский государственный технический университет»**

Ю.Г. Полкунов А.А. Хорешок Б.А. Катанов Г.Д. Буялич

НАДЁЖНОСТЬ ГОРНЫХ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ

Учебное пособие

Часть I

Основные теоретические положения

Кемерово 2003

УДК 622.002.5:62-192

Рецензент:

Доктор технических наук, профессор А.Б. Логов
(Институт угля и углехимии СО РАН)
Кемеровский филиал института повышения квалификации
Минэнерго РФ

Надежность горных машин и оборудования: Учеб. пособие:
В 3 ч. / Ю.Г. Полкунов, А.А. Хорешок, Б.А. Катанов, Г.Д. Буялич;
ГУ КузГТУ. – Кемерово, 2003. – Ч.1: Основные теоретические положения. – 81с.

ISBN 5-89070-364-1

Предназначено для студентов направления «Технологические машины и оборудование» при изучении дисциплины «Надежность горных машин и оборудования». В первой части рассмотрены основные понятия теории надежности и изложены основы расчета показателей надежности восстанавливаемых, невосстанавливаемых элементов и систем.

Печатается по решению редакционно-издательского совета
ГУ КузГТУ.

УДК 622.002.5:62-192

© Ю.Г. Полкунов, А.А. Хорешок,
Б.А. Катанов, Г.Д. Буялич, 2003

ISBN 5-89070-364-1

© ГУ КузГТУ, 2003

ПРЕДИСЛОВИЕ

Комплексная механизация процессов на горных предприятиях предусматривает взаимодействие и одновременную работу различных средств механизации, имеющих в ряде случаев сложную структуру. Вследствие этого недостаточная надёжность отдельных машин и механизмов приводит к существенному снижению производительности всего комплекса.

Из-за недостаточной надёжности оборудования на его ремонт ежегодно затрачиваются значительные средства, а затраты на ремонт за весь срок службы в несколько раз превышают первоначальную стоимость. Отсюда вытекает острая необходимость повышения качества машин, одним из важнейших элементов которого является их надёжность.

В соответствии с этим Государственным стандартом, предусматривающим требования к содержанию и уровню подготовки инженеров специальности «Горные машины и оборудование», определено изучение дисциплины «Надёжность горных машин и оборудования».

В настоящем учебном пособии излагаются основные понятия и законы, используемые при изучении дисциплины.

Первая часть пособия посвящена рассмотрению основных теоретических положений. Здесь разъясняются основные определения надёжности, такие как объект и его состояние, отказы и их причины. Подробно рассмотрены статистические модели отказов и показатели количественной оценки надёжности.

Большое внимание уделено рассмотрению надёжности восстанавливаемых объектов, поскольку горные машины и оборудование относятся к числу объектов именно этой группы.

Далее в книге существенное внимание уделено расчёту показателей надёжности горных машин и их элементов (деталей и узлов). Расчёты базируются на конкретных примерах и проиллюстрированы графиками.

В заключении первой части пособия изложена методика статистических испытаний на надёжность и краткие сведения по обеспечению надёжности машин на стадиях проектирования, изготовления и эксплуатации.

Учебное пособие предназначено для студентов специальности 170100 «Горные машины и оборудование», но может быть использовано студентами и аспирантами других специальностей.

Авторы приносят благодарность рецензенту доктору технических наук, профессору А.Б. Логову за ценные указания и помощь.

ВВЕДЕНИЕ

Надёжность технического изделия является важнейшим элементом его качества. Без высокой надёжности не может быть изделий высокого качества. Непрерывное повышение требований к качеству изделий привело к резкому возрастанию интереса к научным проблемам теории надёжности.

Теория надёжности – молодая наука. Первые попытки чёткой постановки задач относятся к 30-м годам двадцатого века. Тогда преимущественно стремились разработать методы приёмочного контроля массовой промышленной продукции. Перед приёмщиками возникали вопросы о качестве принимаемой ими продукции и о длительности безотказной работы при тех или иных условиях.

В 50-е годы теория надёжности начала оформляться как самостоятельная дисциплина. Были сформулированы основные её задачи и понятия, развернулась деятельность по разработке методов расчёта надёжности элементов и систем. На крупных заводах, производящих ответственную продукцию, начали создаваться отделы надёжности. Их обязанностью являлось наблюдение за сохранением заложенной в изделие надёжности и поиски путей её повышения – усовершенствование технологических операций по изготовлению узлов и деталей, а также сборки, разработка системы хранения, эксплуатации и транспортировки. Выяснилось, что средства, затраченные на повышение надёжности технических систем при проектировании и изготовлении, возвращаются при эксплуатации. Попытки же экономить на надёжности оборачиваются огромными потерями.

Формальным объектом изучения в теории надёжности являются технические изделия, которые мы можем представлять себе как сложные технические системы, устройства, а также их элементы – структурно неделимые составные части.

Теория надёжности занимается вопросами расчетов, экспериментальных оценок, обеспечения и оптимизации надёжности технических систем. Под надёжностью мы понимаем свойство системы выполнять заданные функции на определенном интервале времени и при этом поддерживать значения установленных производственных характеристик в заданных границах при соответствующих условиях эксплуатации, ремонта, хранения и транспортировки. Рабочей основой для большинства прикладных исследований служат качественные показатели надёжности, которые отражают ту или иную существенную сторону явления. Теория надёжности использует сведения из самых различных технических, естественнонаучных дисциплин, особенно математики. Точные математические определения показателей надёжности делают возможным и необходимым применение математических методов, главным образом вероятностных и оптимизационных.

В первой части учебного пособия рассмотрены основные теоретические положения теории надёжности.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ НАДЁЖНОСТИ

1.1. Задачи теории надёжности

Теория надёжности – научная дисциплина, в которой разрабатываются и изучаются методы обеспечения эффективности работы объектов в процессе эксплуатации.

Теория надёжности в горном машиностроении базируется главным образом на теории прочности и износостойкости деталей, а также на методах конструирования, расчёта.

Основные вопросы, которые изучает теория надёжности:

- отказы технических средств;
- критерии и количественные характеристики надёжности;
- методы анализа и повышения надёжности элементов и систем на этапах проектирования, изготовления и эксплуатации;
- методы испытания технических средств на надёжность;
- методы оценки эффективности повышения надёжности.

В настоящее время выделяют три основных направления в развитии теории надёжности: математическая теория надёжности, статистическая теория надёжности, физическая теория надёжности.

1.2. Общие понятия

Надёжность – свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортировки.

Таким образом, надёжность – это свойство объекта сохранять работоспособность в определённое время в заданных условиях.

Надёжность – сложное свойство, включающее такие понятия, как безотказность, долговечность, ремонтпригодность, сохраняемость.

Безотказность – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособность.

Долговечность – свойство объекта сохранять работоспособность до наступления предельного состояния с необходимым прерыванием для технического обеспечения и ремонтов.

Ремонтопригодность – свойство объекта быть приспособленным к выполнению ремонтов и технического обслуживания.

Сохраняемость – свойство объекта непрерывно сохранять значения установленных показателей его качества в заданных пределах в течение транспортировки.

1.3. Объект, элемент, система

В теории надёжности используют понятия «объект», «элемент», «система».

Объект – предмет определенного целевого назначения, рассматривающийся в периоды проектирования, производства, эксплуатации, изучения, исследования и испытаний на надёжность.

Применительно к горным машинам под объектом может подразумеваться изделие в виде комплекса машин, отдельной машины, части машин, т.е. отдельной сборочной единицы, входящего комплекта или отдельной детали.

Отдельные части, на которые можно разделить изделие при анализе его надёжности, называют элементами.

Элемент системы – объект, представляющий собой простейшую часть системы.

Система – совокупность взаимосвязанных элементов, взаимодействующих в процессе горного производства.

1.4. Состояние объекта

Для характеристики состояния объекта существуют следующие понятия.

Исправность – состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям, установленным нормативно-технической документацией (НТД).

Неисправность – состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному требованию, установленному НТД.

Работоспособность – состояние объекта, при котором он способен выполнять заданные функции, сохраняя значения основных параметров в пределах, установленных НТД.

Нормативно-технической документацией могут быть предусмотрены: уровень внешних воздействий, методы технического обслуживания

ния и ремонта, нормы и допустимые отклонения от установленных параметров.

Например, для горных машин это их производительность, грансостав горной массы и физические свойства породы, наладочные параметры приводов, допустимая степень изнашиваемости зубьев ковшей, пальцев, гусеничных звеньев, шарошек буровых долот, канатов, барабанов и других элементов машин.

Неработоспособность – состояние объекта, при котором он не способен нормально выполнять хотя бы одну из заданных функций.

Предельное состояние – состояние объекта, соответствующее технической невозможности или нецелесообразности его дальнейшей эксплуатации, обусловленное требованиями безопасности или неустранимым снижением эффективности.

1.5. Переход объекта в различные состояния

Под событиями, при которых происходит переход объекта из одного состояния в другое, рассматривают:

повреждение – событие, заключающееся в нарушении исправности объекта;

отказ – событие, заключающееся в нарушении работоспособности объекта.

Перевод объекта из неисправного или неработоспособного состояния в исправленное или работоспособное происходит в результате восстановления.

Восстановление – процесс обнаружения отказа (повреждения) объекта с целью восстановления его работоспособности (неисправности).

По способности к восстановлению объекты подразделяются на восстанавливаемые и невосстанавливаемые.

Восстанавливаемый объект – объект, работоспособность которого в случае возникновения отказа подлежит восстановлению в рассматриваемой ситуации.

Невосстанавливаемый объект – объект, работоспособность которого в случае возникновения отказа не подлежит восстановлению в рассматриваемой ситуации.

Ремонтируемый объект – объект, исправность и работоспособность которого в случае возникновения отказа или повреждения подлежит восстановлению.

Наработка – продолжительность или объём работы объекта.

Технический ресурс – наработка объекта от начала эксплуатации или её возобновления после среднего или капитального ремонта до наступления предельного состояния.

Срок службы – календарная продолжительность эксплуатации объекта от её начала или возобновления после среднего или капитального ремонта до наступления предельного состояния.

1.6. Причины и физическая природа отказов

Любая горная машина в процессе эксплуатации подвергается различным внешним и внутренним воздействиям, в результате чего может происходить уход одного или нескольких параметров за установленные пределы, т.е. потеря машиной работоспособности (отказ).

Характер и интенсивность этих воздействий определяются рядом факторов и, в частности, видами энергии, действующими на узлы и механизмы машины. Это могут быть механическая, тепловая и электрическая энергии.

Механическая энергия вызывает статические и динамические нагрузки на звенья машины, которые рождают силы трения в кинематических парах, упругие деформации силовых элементов, колебательные процессы в машине.

Тепловая энергия, воздействуя на элементы машин, может приводить к их упругим и пластическим деформациям, к явлениям ползучести, имеющим место при одновременном тепловом и силовом воздействии, к снижению или полной потере прочности деталей, твердости, упругих свойств и других механических характеристик.

Электрическая энергия, как правило, непосредственно не воздействует на детали горных машин (исключая электрооборудование). Она оказывает влияние главным образом в преобразованном виде через механическую или тепловую энергии.

Кроме энергетических воздействий, на состоянии машины и её деталей сказывается влияние ряда факторов, определяющих условия её эксплуатации. К ним относятся:

- атмосферные температурные воздействия;

- атмосферные осадки;
- воздушная среда;
- агрессивные среды.

Атмосферные температурные воздействия. От них часто зависит уровень механических свойств материалов, из которых выполнены детали машин. В частности, при минусовых температурах снижается ударная вязкость сталей. При высокой степени активности солнечной радиации может увеличиваться в 1.⁶ раза количество отказов электрооборудования по сравнению с нормальными условиями эксплуатации.

Атмосферные осадки в виде дождя, росы, инея могут в значительной мере оказывать влияние на сохранность и исправность оборудования.

Воздушная среда, которая может содержать влагу, агрессивные составляющие и твёрдые витающие частицы (пыль и песок при сильных ветрах). Запылённость в рабочих зонах экскаваторов и буровых станков достигает иногда 200-300 мг/м³ и более.

Агрессивные среды. В химической и специальных отраслях промышленности машины во многих случаях могут работать в весьма агрессивных средах. Для горных машин это шахтные воды, морские воды при подводной добыче минерального сырья.

Изменение состояния машин и их деталей во всех случаях связано с протеканием тех или иных процессов за счёт действия влияющих факторов. Эти процессы бывают обратимыми и необратимыми и с разной скоростью протекания.

Обратимые процессы могут временно изменять параметры машин или их отдельных элементов в некоторых пределах без тенденций прогрессивной потери первоначальных эксплуатационных показателей машины.

Примеры обратимых процессов: упругая деформация деталей, изменения геометрических размеров элементов машин в результате периодических температурных изменений.

Необратимые процессы вызывают изменения состояния отдельных элементов, приводящие к постепенной потере эксплуатационных показателей машины.

Примеры: изнашивание, коррозия, естественное старение.

По времени протекания процессы бывают:

1. Быстротекущие – имеющие периодичность, измеряемую долями секунды.

К числу таких можно отнести вибрации элементов машин.

2. Процессы средней скорости протекают за время непрерывной работы машины. Их длительность измеряется обычно в минутах и часах.

Примеры. Как обратимые процессы – появление и исчезновение очагов внутреннего теплообразования в машине. Как необратимые процессы – износ буровых коронок или долот.

3. Медленно протекающие процессы происходят в течение времени, измеряемого днями или месяцами и определяемого периодичностью ремонтов или техническим обслуживанием.

Примеры. К таким процессам относятся: износ основных механизмов машин, ползучести металлов, коррозия, исчерпание ресурса циклической прочности и др.

Отказы в машине в зависимости от характера воздействия могут быть различны по своей физической природе.

В горных машинах наиболее часто отказы являются следствием недостаточной первоначальной прочности или потери её деталями в процессе эксплуатации, а также результатом их большого износа. Поломки элементов горных машин могут возникнуть как при несоответствии (превышении) нагрузки элемента его статической прочности (хрупкое и пластическое разрушения), так и в результате усталостных разрушений.

Параметры прочности элемента, так же как и воздействующие на них нагрузки, являются случайными величинами, поэтому даже при высоких запасах прочности, определенных по средним значениям максимальных нагрузок и параметрам прочности, возможны превышения уровня нагрузки ниже уровня прочности элемента, а следовательно, и поломки его.

Усталостные разрушения возникают при переменных нагрузках ниже предела упругости. В зависимости от характера напряженного состояния могут иметь место поверхностные или общие усталостные разрушения.

Физическая природа усталости выражается в появлении и постепенном накоплении скрытых необратимых структурных изменений, локализующихся первоначально в микро- и субмикрообъемах работаю-

щей детали с постепенным образованием микротрещин и слиянием их в так называемую магистральную макротрещину, приводящую к разрушению. Очагом усталостных повреждений могут быть незначительные поверхностные дефекты, места резких переходов сечений, дефекты сварки, литья и т.п., вызывающие концентрацию напряжений в малых объёмах детали.

Часто причиной отказов у горных машин, кроме поломок, является износ деталей.

Износ – процесс постепенного поверхностного разрушения деталей при трении.

Износ вызывает:

- понижение прочности из-за уменьшения сечения (корпуса ковшей, проушины и пальцы траков, зубья шестерён и др.);
- увеличение динамических нагрузок из-за появления зазоров и люфтов в сопряжённых деталях (шлицевые и шарнирные соединения, седловые подшипники и др.);
- исчерпание работоспособности в результате потери геометрических форм (зубья ковшей, буровые коронки, кулаки ведущих звёздочек, гребни гусеничных цепей, тормозные колодки и др.);
- понижение КПД:

а) за счёт понижения внешних и внутренних утечек (износ деталей насосов, гидродвигателей, компрессоров, золотников и др.);

б) за счёт изменения формы и состояния контактных поверхностей (подшипники скольжения, направляющие, зубчатые зацепления и др.).

Различают механическое (абразивное), молекулярно-механическое и коррозионно-механическое изнашивания.

Для горных машин наиболее характерно абразивное изнашивание трущихся пар механизмов, при котором за счёт появления на рабочих поверхностях абразивных частиц происходит разрушение их в результате резания или царапания с отделением микростружки, которая в свою очередь пополняет абразивную среду.

Для горных машин также весьма характерен интенсивный абразивный износ в результате непосредственного взаимодействия элементов рабочих органов с горной породой.

Коррозия – процесс разрушения металлов вследствие химического и электрохимического воздействия на них.

Коррозия вызывает:

- понижение прочности: статической – за счёт уменьшения размеров элементов машин, усталостной – за счёт поверхностных и межкристаллических повреждений;
- понижение надежности работы пневмо- и гидросистем за счёт загрязнения трубопроводов и пускорегулирующей аппаратуры;
- затруднения при разборке машин;
- уменьшение статической прочности за счёт коррозии особенно ощутимо и может приводить к тяжелым последствиям для нагруженных деталей с малыми рабочими сечениями, с малыми толщинами стенок. Это проволоки стальных канатов, корпуса ресиверов, тормозные ленты и другие подобные детали.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОТКАЗОВ

2.1. Основные понятия и определения

Одним из основных понятий теории надёжности является понятие отказа (объекта, элемента, системы).

Отказом называется событие, заключающееся в полной или частичной утрате свойств работоспособности.

Отказы подразделяются на полные и частичные.

Другим классификационным признаком является место отказа. В этом случае:

- изделие разбивается на ряд мест (узлы, детали узлов и отдельные элементы);
- оценивается надёжность каждого места и принимаются меры по устранению слабых мест.

По причинам возникновения отказов в данном месте различают:

- отказы из-за конструктивных дефектов;
- отказы из-за технологических дефектов;
- отказы из-за эксплуатационных дефектов;
- отказы из-за постепенного старения (износа).

Отказы вследствие конструктивных дефектов возникают как следствие несовершенства конструкции из-за «промахов» в конструировании. В этом случае наиболее распространёнными являются недоучёт «пиковых» нагрузок, применение металлов с низкими потребительскими свойствами.

Отказы из-за технологических дефектов возникают как следствие нарушения принятой технологии изготовления изделий (например, выход значений отдельных характеристик за установленные пределы).

Отказы из-за эксплуатационных дефектов возникают по причине несоответствия требуемых условий эксплуатации правилам обслуживания.

Отказы из-за постепенного старения (износа) возникают вследствие накопления необратимых изменений в материалах, приводящих к нарушению прочности (механической, электрической), взаимодействия частей изделий.

Отказы по причинным схемам возникновения подразделяются на следующие группы:

- отказы с мгновенной схемой возникновения;

- отказы с постепенной схемой возникновения;
- отказы с релаксационной схемой возникновения;
- отказы с комбинированными схемами возникновения.

Отказы с мгновенной схемой возникновения характеризуются тем, что время наступления отказа не зависит от времени предшествующей эксплуатации и состояния объекта. Момент отказа наступает случайно, внезапно. Примерами реализации такой схемы могут служить отказы изделий под действием пиковых нагрузок, обрыв фазы сети, механическое разрушение гибкого кабеля падающей породой и т.д.

Отказы с постепенной схемой возникновения происходят за счёт постепенного накопления вследствие физико-химических изменений в материалах повреждений. При этом значения некоторых «решающих» параметров выходят за допустимые границы и объект (система) не способен выполнять заданные функции.

Отказы с релаксационной схемой возникновения характеризуются первоначальным постепенным накоплением повреждений, которые создают условия для скачкообразного (резкого) изменения состояния объекта, после которого возникает отказное состояние. Примеры: отказ трансформатора вследствие витковых замыканий в обмотках, пробой изоляции кабеля вследствие коррозионного разрушения брони и т.п.

Отказы с комбинированными схемами возникновения характерны для ситуаций, когда одновременно действуют несколько причинных схем. Пример: отказ двигателя в результате короткого замыкания по причинам снижения сопротивления изоляции обмоток и перегрева вследствие опрокидывания.

По временному аспекту и степени предсказуемости отказы подразделяются на внезапные и постепенные.

Для целей анализа и исследования надёжности причинные схемы отказов можно представить в виде статистических моделей, которые вследствие вероятностного характера процесса возникновения повреждения описываются вероятностными законами.

2.2. Распределение вероятностей времени безотказной работы

Продолжительность времени (числа циклов), в течение которого изделие выполняет заданные функции до наступления отказа, является случайной величиной и называется временем безотказной работы.

Статистической моделью отказов рассматриваемого изделия является распределение вероятностей времени безотказной работы.

Распределение вероятностей времени безотказной работы определяется функцией распределения и ее производной, называемой плотностью распределения.

Функция распределения вероятностей времени безотказной работы:

$$F(t) = P\{\tau < t\}, \quad t \geq 0, \quad (2.1)$$

где τ – время безотказной работы.

Выражение (2.1) имеет следующий смысл: функция распределения равна вероятности того, что время безотказной работы τ будет меньше какого-то времени t , причем $t \geq 0$.

Плотность распределения (плотность вероятностей) в общем виде:

$$f(t) = F'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t}. \quad (2.2)$$

Вероятность того, что изделие не откажет до момента времени t :

$$P\{\tau \geq t\} = 1 - F(t) = R(t), \quad t \geq 0, \quad (2.3)$$

называется вероятностью безотказной работы или функцией надёжности.

Свойства распределения случайной величины τ определяют свойства моделей отказов и характеристики надёжности изделия.

2.3. Модели внезапных отказов

Основным свойством схемы внезапных отказов является то, что отказы возникают как следствие ударной нагрузки, поэтому вероятность отказа в течение некоторого интервала времени не зависит от времени работы изделия, предшествующего данному интервалу.

Этим свойством обладает лишь экспоненциальное распределение и его дискретный аналог – геометрическое распределение.

Таким образом, математической моделью внезапных отказов является экспоненциальное распределение времени безотказной работы:

$$F(t, \lambda) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0, \lambda > 0. \quad (2.4)$$

Вид экспоненциального распределения зависит от одного параметра λ , характеризующего масштаб распределения.

Функция плотности:

$$f(t, \lambda) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0. \quad (2.5)$$

Математическое ожидание при экспоненциальном распределении времени безотказной работы:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.6)$$

Дисперсия:

$$D_{\tau} = \frac{1}{\lambda^2}. \quad (2.7)$$

Функция надёжности (вероятность безотказной работы) из (2.3) и (2.4):

$$R(t) = e^{-\lambda t}. \quad (2.8)$$

Если время функционирования изделия отсчитывается дискретными единицами (числом пусков, коммутацией и др.), то внезапные отказы описываются с помощью модели геометрического распределения.

Обозначим через τ случайную величину – число единиц дискретного «времени» (число пусков, отключений, коммутаций), при которых изделие остается исправным.

Функция распределения при геометрической модели отказов имеет вид

$$F(x; p) = P\{\tau < x\} = 1 - (1 - p)^x, \quad (2.9)$$

где x – число единиц дискретного «времени», $x = 0, 1, 2, \dots$; p – параметр распределения, $0 < p < 1$.

Вероятность того, что до появления отказа пройдет ровно x единиц «времени», определяется выражением

$$f(x; p) = P\{\tau = x\} = p(1 - p)^{x-1}. \quad (2.10)$$

Математическое ожидание τ при геометрической модели распределения:

$$\bar{\tau} = (1 - p)^{-1}. \quad (2.11)$$

Дисперсия:

$$D_{\tau} = (1-p)p^{-2}. \quad (2.12)$$

Функция надёжности:

$$R(x) = P\{\tau \geq x\} = (1-p)^x. \quad (2.13)$$

На рис. 2.1 приведены графики законов распределения времени безотказной работы при экспоненциальной и геометрической моделях отказов.

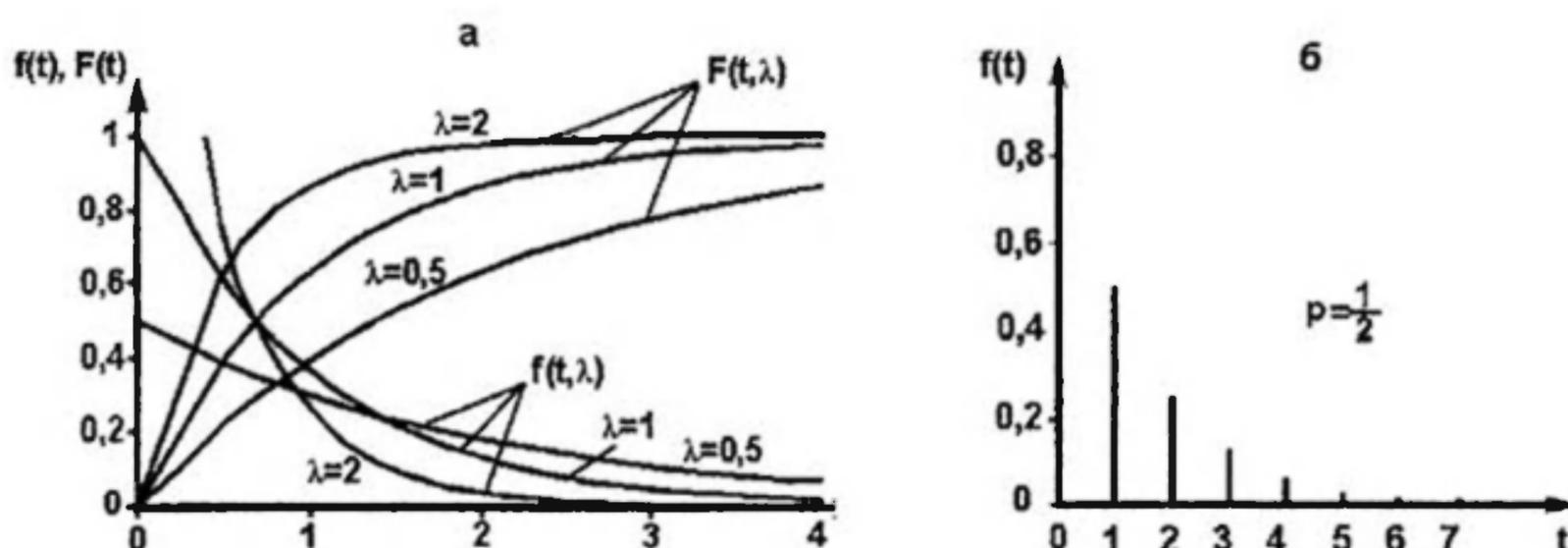


Рис. 2.1. Экспоненциальная (а) и геометрическая (б) модели отказов

Характеристическим свойством схемы внезапных отказов является то, что они возникают как следствие ударных нагрузок. Поэтому вероятность отказа в течение некоторого интервала времени не зависит от времени работы объекта, предшествующего данному интервалу.

2.4. Модели постепенных отказов

Постепенные (износные) отказы обуславливаются процессами изменения одного или нескольких решающих параметров изделия вследствие его старения (износа).

Распространенная схема износных отказов – схема с накоплением разрушений. Для этой схемы отказ наступает при накоплении ровно α независимых повреждений при неизменной средней скорости износа λ .

Моделью указанной схемы повреждения является гамма-распределение времени безотказной работы.

Плотность гамма-распределения имеет вид

$$f(t; \alpha; \lambda) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0. \quad (2.14)$$

Гамма-распределение – двухпараметрическое распределение: $\alpha > 0$ определяет форму распределения, $\lambda > 0$ – масштаб.

Гамма-функция определяется по формуле

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} v^{\alpha-1} e^{-v} dv. \quad (2.15)$$

Для численного определения гамма-функции имеются таблицы. Гамма-распределение имеет вид, показанный на рис. 2.2.

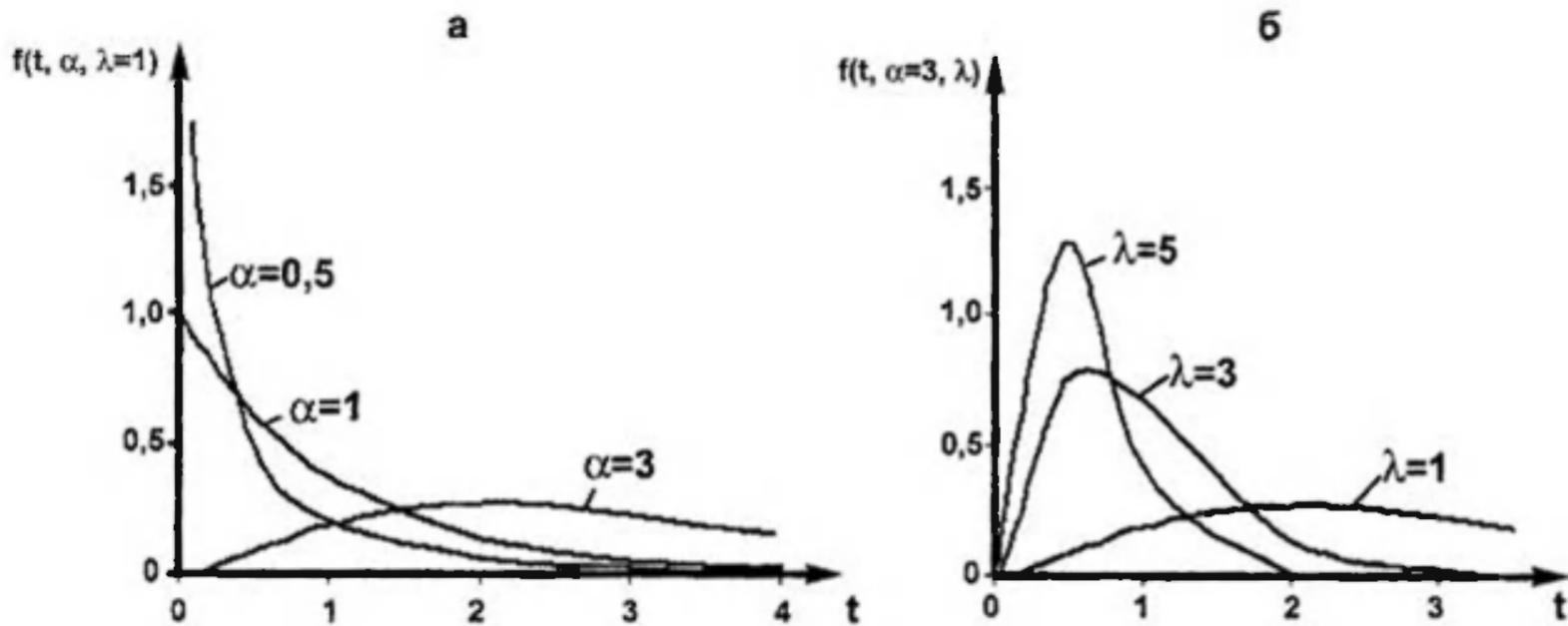


Рис. 2.2. Гамма-распределение – модель постепенных отказов:
 а – $\lambda = const$; $\alpha = Var$; б – $\alpha = const$; $\lambda = Var$

При $\alpha < 1$ кривые распределения монотонны, при $\alpha > 1$ – унимодальны с максимумом в точке $(\alpha - 1) / \lambda$.

Функция распределения имеет вид

$$F(t; \alpha; \lambda) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t v^{\alpha-1} e^{-\lambda v} dv, \quad t \geq 0. \quad (2.16)$$

Математическое ожидание и дисперсия гамма-распределения соответственно равны:

$$M(t) = \alpha / \lambda; \quad D(t) = \alpha / \lambda^2. \quad (2.17)$$

С ростом α гамма-распределение приближается к нормальному с параметрами $a = \alpha / \lambda; \quad \sigma^2 = \alpha / \lambda^2$.

Нормальное распределение описывает отказы, возникающие в процессе старения и монотонного изменения решающего параметра, который со временем достигает предельного уровня.

Так как начальное значение этого параметра имеет первоначальный производственный разброс, который определяет значение как случайную величину, распределенную по нормальному закону, то момент наступления отказа также распределен по нормальному закону.

Функция плотности этой модели отказов:

$$f(t, a, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.18)$$

где a – математическое ожидание; σ – дисперсия.

Параметры a и σ определяют распределение и масштаб распределения.

Функция распределения нормальной модели:

$$F(t, a, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt. \quad (2.19)$$

2.5. Модели комбинированных отказов

Универсальной моделью отказов (вероятностью времени безотказной работы) является распределение Вейбулла (рис. 2.3). Эта модель может описывать как схемы мгновенных, так и схемы отказов от старения, износа, усталостного разрушения.

Функция распределения:

$$F(t; \alpha; \lambda) = 1 - e^{-\lambda t^\alpha}, \quad t \geq 0. \quad (2.20)$$

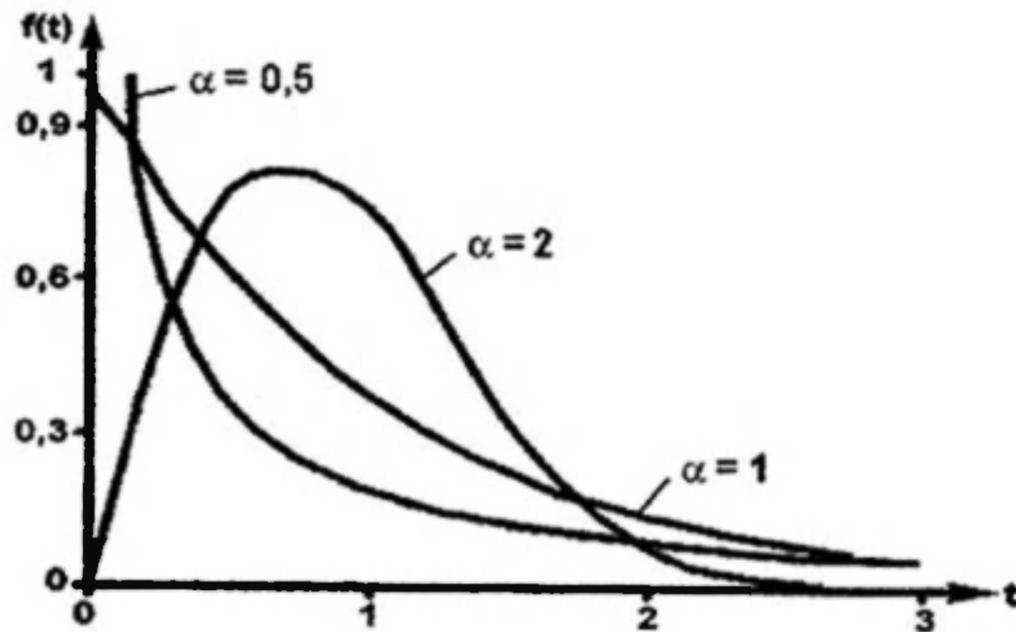


Рис. 2.3. Модель отказов на основе распределения Вейбулла ($\lambda = 1$)

Параметры $\alpha > 0, \lambda > 0$ определяют соответственно форму и масштаб распределения.

Функция плотности распределения:

$$f(t; \alpha; \lambda) = \alpha \lambda t^{\alpha-1} e^{-\lambda t^\alpha}, \quad t \geq 0 \quad (2.21)$$

Математическое ожидание и дисперсия:

$$M = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)}{\lambda^{1/\alpha}}; \quad D = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)}{\lambda^{2/\alpha}}, \quad (2.22)$$

где $\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right), \Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right)$ – гамма-функция.

3. ПОКАЗАТЕЛИ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ НАДЁЖНОСТИ

3.1. Общие сведения и определения

Для количественной характеристики надёжности используют ряд специальных критериев (показателей), называемых характеристиками надёжности.

С учётом того, что возникновение и устранение отказов происходит по закону случайных событий, для количественной оценки надёжности применяются характеристики, используемые в теории вероятностей и математической статистике.

Чаще других применяются следующие показатели надёжности.

Для оценки безотказности:

$P(t)$ – вероятность безотказной работы объекта;

$f(t)$ – плотность распределения отказов объекта, или частота отказов;

$\lambda(t)$ – интенсивность отказов;

T_{cp} – средняя наработка до отказа.

Для оценки ремонтпригодности:

$\omega(t)$ – параметр потока отказа;

T_o – средняя наработка на отказ восстанавливаемого изделия;

$T_в$ – среднее время восстановления;

$P_в$ – вероятность восстановления работоспособного состояния.

При оценке долговечности, сохраняемости:

T_{cp} – средний ресурс, средний срок службы, средний срок сохраняемости;

$P(T_{\gamma\%})$ – гамма-процентная наработка до отказа, гамма-процентный ресурс, гамма-процентный срок службы, гамма-процентный срок сохраняемости.

Комплексные показатели надёжности:

K_r – коэффициент готовности;

$K_{т.и.}$ – коэффициент технического использования;

K_p – коэффициент простоя;

$K_{п.п.}$ – коэффициент планируемого применения.

3.2. Невосстанавливаемые объекты

Под восстанавливаемым объектом понимается такой объект, работа (функционирование) которого после отказа считается полностью невозможной или нецелесообразной. К восстанавливаемым объектам относятся не только те, которые принципиально не могут ремонтироваться, но и такие объекты, отказ которых в процессе функционирования приводит к непоправимым последствиям. Иначе говоря, это такие объекты, восстановление которых по каким-либо причинам признается технически и экономически нецелесообразным или неосуществимым или не приводит к ликвидации последствий отказа.

Основные показатели надёжности

1. Вероятность безотказной работы объекта в интервале времени от 0 до t_0 (за время t_0):

а) вероятностное определение

$$P(t_0) = P(0, t_0) = P\{T \geq t_0\} = 1 - F(t_0), \quad (3.1)$$

где T – случайное время работы (наработка) объекта до отказа; $F(t_0)$ – функция распределения случайной величины T ; $P(t_0)$ – вероятность того, что объект проработает безотказно в течение заданного времени t_0 , начав работать в момент времени $t = 0$, или вероятность того, что время работы объекта до отказа окажется больше заданного времени работы t_0 ;

б) статистическое определение

$$\hat{P}(t_0) = \frac{N(t_0)}{N(0)} = 1 - \frac{n(t_0)}{N(0)}, \quad (3.2)$$

где $N(t_0)$ – число исправных объектов в момент времени t_0 ; $N(0)$ – число исправных объектов в начальный момент времени $t = 0$; $n(t_0)$ – число отказавших объектов за время t_0 ; $\hat{P}(t_0)$ – отношение числа объектов, безотказно проработавших до момента времени t_0 , к числу объектов, исправных в начальный момент времени $t = 0$.

2. Вероятность безотказной работы объекта в интервале времени от t до $t + t_0$:

а) вероятностное определение

$$P(t, t+t_0) = P\{T \geq (t+t_0) / T > t\} = \frac{P(0, t+t_0)}{P(0, t)} = \frac{P(t+t_0)}{P(t)}, \quad (3.3)$$

где $P(t, t+t_0)$ – вероятность того, что объект проработает безотказно в течение заданного времени работы t_0 , начинающегося с момента времени t , или вероятность того, что случайное время работы T объекта до отказа окажется больше значения $t+t_0$ при условии, что объект уже проработал безотказно до момента времени t ;

б) статистическое определение

$$\hat{P}(t, t+t_0) = \frac{N(t+t_0)}{N(t)}, \quad (3.4)$$

где $N(t)$ – число объектов, исправных к моменту времени t ;
 $\hat{P}(t, t+t_0)$ – отношение числа объектов, проработавших до момента времени $t+t_0$, к числу объектов, исправных к моменту времени t .

3. Вероятность отказа объекта в интервале времени от 0 до t_0 :

а) вероятностное определение

$$Q(t_0) = Q(0, t_0) = P\{T < t_0\} = F(t_0). \quad (3.5)$$

где $Q(t_0)$ – вероятность того, что объект откажет в течение заданного времени t_0 , начав работать в начальный момент времени $t = 0$, или вероятность того, что случайное время работы объекта до отказа окажется меньше заданного времени работы t_0 :

$$Q(t_0) = 1 - P(t_0); \quad (3.6)$$

б) статистическое определение

$$\hat{Q}(t_0) = \frac{n(t_0)}{N(0)}, \quad (3.7)$$

где $N(0)$ – число исправных объектов в начальный момент времени $t=0$; $n(t_0)$ – число отказавших объектов к моменту времени t_0 ; $\underline{Q}(t_0)$ – отношение числа объектов, отказавших к моменту времени t_0 , к числу объектов, исправных в начальный момент времени $t=0$.

Очевидно, что

$$\hat{Q}(t) = 1 - \hat{P}(t). \quad (3.8)$$

4. Вероятность отказа объекта в интервале времени от t до $t+t_0$:

а) вероятностное определение

$$Q(t, t+t_0) = 1 - P(t, t+t_0) = 1 - \frac{P(t+t_0)}{P(t)}, \quad (3.9)$$

где $Q(t, t+t_0)$ – вероятность того, что объект откажет в течение заданного времени t_0 , начинающегося с момента времени t , или условная вероятность того, что случайное время работы объекта до отказа окажется меньше значения $t+t_0$ при условии, что объект уже проработал безотказно до момента времени t ;

б) статистическое определение

$$\hat{Q}(t, t+t_0) = \frac{n(t+t_0) - n(t)}{N(t)} = 1 - \frac{N(t+t_0)}{N(t)} = \frac{\Delta n(t, t_0)}{N(t)}, \quad (3.10)$$

где $N(t)$ – число объектов, исправных к моменту времени t ; $n(t)$ – число объектов, отказавших к моменту времени t ; $\Delta n(t, t_0)$ – число объектов, отказавших именно в интервале времени $(t, t+t_0)$ (на практике $\Delta n(t, t_0)$), должно быть достаточно велико; $\hat{Q}(t, t+t_0)$ – отношение числа объектов, отказавших именно в интервале $(t, t+t_0)$, к числу объектов, исправных к моменту t .

5. Плотность распределения отказов объекта:

а) вероятностное определение

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{dP(t)}{dt}, \quad (3.11)$$

где $f(t)$ – плотность вероятности того, что время работы объекта до отказа окажется меньше t , или плотность вероятности отказа к моменту времени t ;

б) статистическое определение

$$\hat{f}(t) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N(0)\Delta t} = \frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{N(0)\Delta t} = \frac{\Delta n(t + \Delta t)}{N(0)\Delta t}, \quad (3.12)$$

где $n(t)$ – число объектов, отказавших к моменту времени t ; $N(0)$ – число исправных объектов в начальный момент времени $t = 0$; $n(t + \Delta t)$ – число объектов, отказавших именно в интервале времени $(t, t + \Delta t)$; $\hat{f}(t)$ – частота отказов в интервале времени $(t, t + \Delta t)$ или отношение числа отказов в интервале времени $(t, t + \Delta t)$ к произведению числа исправных объектов в начальный момент $t = 0$ на длительность интервала времени Δt .

6. Интенсивность отказов объекта в момент времени t :

а) вероятностное определение

$$\lambda(t) = \frac{1}{1 - F(t)} \frac{dF(t)}{dt} = \frac{f(t)}{P(t)}, \quad (3.13)$$

где $\lambda(t)$ – плотность вероятности возникновения отказа объекта к моменту времени t при условии, что до этого момента отказ объекта не произошел;

б) статистическое определение

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N(t)\Delta t} = \frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{N(t)\Delta t} = \frac{\Delta n(t, \Delta t)}{N(t)\Delta t}, \quad (3.14)$$

где $\hat{\lambda}(t)$ – отношение числа отказов в интервале времени $(t, t + \Delta t)$ к произведению числа исправных объектов $N(t)$ в момент времени t на длительность интервала времени Δt .

7. Средняя наработка объекта до отказа:

а) вероятностное определение

$$T_{cp} = M\{T_i\} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} t dQ(t) = \int_0^{\infty} P(t) dt, \quad (3.15)$$

где T_{cp} – математическое ожидание (среднее значение) времени работы объекта до отказа; T_i – реализация наработки для i -го объекта;

б) статистическое определение

$$\hat{T}_{cp} = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} T_i, \quad (3.16)$$

где $N(0)$ – начальное число объектов (т.е. в момент времени $t=0$); T_i – реализация времени работы до отказа для i -го объекта (в порядке наступления отказов); \hat{T}_{cp} – среднее арифметическое реализаций времени работы объекта до отказа, т.е. эмпирическое среднее время.

Согласно закону больших чисел, с вероятностью единица $\hat{T}_{cp} \rightarrow T_{cp}$ при $N \rightarrow \infty$. Поэтому при большом N имеет место приближенное равенство $\hat{T}_{cp} = T_{cp}$.

Зная любую из функций $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, можно определить три остальные (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Функциональная связь между показателями надёжности

Известная функция	Формулы для определения трех остальных функций			
	$P(t)$	$Q(t)$	$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$	$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$
$P(t)$	-	$1 - P(t)$	$-\frac{dP(t)}{dt}$	$-\frac{1}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt}$
$Q(t)$	$1 - Q(t)$	-	$\frac{dQ(t)}{dt}$	$\frac{1}{1 - Q(t)} \frac{dQ(t)}{dt}$
$f(t)$	$\int_t^{\infty} f(x) dx$	$\int_0^t f(x) dx$	-	$\frac{f(t)}{\int_t^{\infty} f(x) dx}$
$\lambda(t)$	$\frac{t}{e^{-\int_0^t \lambda(x) dx}}$	$\frac{t}{1 - e^{-\int_0^t \lambda(x) dx}}$	$\frac{t}{\lambda(t) e^{-\int_0^t \lambda(x) dx}}$	-

3.3. Восстанавливаемые объекты

Под восстанавливаемым объектом понимают такой, работоспособность которого в случае возникновения отказа подлежит восстановлению в рассматриваемой ситуации. Работа такого объекта и его исходные данные могут быть возобновлены в результате проведения необходимых восстановительных работ. Понятие «восстанавливаемый объект» в первую очередь характеризуется не видом изделия (элемента, системы), а его специфическим назначением.

Практически восстанавливаемые объекты – это такие, которые могут продолжать выполнение своих функций после устранения отказа, вызвавшего прекращение функционирования. При этом под восстановлением объекта понимается не только ремонт той или иной его части, но в ряде случаев и полная замена его на новый, идентичный ему объект (восстановление функций методом замены объекта).

Процесс эксплуатации восстанавливаемого объекта обычно представляют как последовательность интервалов работоспособности T_i , чередующихся с интервалами восстановления $V_1, V_2, \dots, V_n, V_n$.

Основные показатели надёжности

Для характеристики восстанавливаемых объектов справедливы следующие показатели надёжности для невозстанавливаемых объектов, рассмотренные выше в вероятностном и статистическом определениях (разд. 3.2):

1. Вероятность безотказной работы в интервале времени от 0 до t_0 .
2. Вероятность безотказной работы в интервале времени от t до $t+t_0$.
3. Вероятность отказа в интервале времени от 0 до t_0 .
4. Вероятность отказа в интервале времени от t до $t+t_0$.
5. Плотность распределения $f(t)$ отказов объекта.
6. Интенсивность отказов $\lambda(t)$ объекта в момент времени t .
7. Средняя наработка T_{cp} объекта до отказа.

К числу основных показателей надёжности восстанавливаемых объектов относятся также следующие (в порядке продолжения нумерации):

8. Параметр потока отказов:

а) вероятностное определение

Для восстанавливаемых объектов моменты отказов на оси суммарной наработки или на оси непрерывного времени образуют поток отказов. В качестве характеристики потока отказов используют «ведущую функцию» (функцию восстановления) $\Omega(t)$ данного потока – математическое ожидание M числа отказов за время t :

$$\Omega(t) = M[r(t)], \quad (3.17)$$

где $r(t)$ – случайное число отказов за время t .

Параметр потока отказов $\omega(t)$ характеризует среднее число отказов, ожидаемых в малом интервале времени, и равен:

$$\omega(t) = \frac{d\Omega}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M[r(t + \Delta t)] - M[r(t)]}{\Delta t}. \quad (3.18)$$

Параметр потока отказов связан с ведущей функцией соотношением

$$\Omega(t) = \int_0^t \omega(x) dx. \quad (3.19)$$

При экспоненциальном распределении наработки между отказами

$$\omega(t) = \lambda = \text{const}; \quad (3.20)$$

б) статистическое определение

$$\hat{\omega}(t) = \frac{\sum_{j=1}^N R_j(t_i + \Delta t_i) - \sum_{j=1}^N R_j(t_i)}{N\Delta t}, \quad (3.21)$$

где $\hat{\omega}(t)$ – параметр потока отказов; $R_j(t_i)$ и $R_j(t_i + \Delta t_i)$ – суммарное число отказов j -го объекта ($j = 1, 2, \dots, N$) соответственно в течение наработки t_i и $t_i + \Delta t_i$; N – общее число исследуемых однотипных объектов;

Δt – один из малых промежутков времени, на которые разбивается наработка t_i .

Отсчет наработки ведется по правилу: $t_0 = 0$, $t_1 = \Delta t_0$;
 $t_2 = \Delta t_0 + t_1$; $t_i = \Delta t_0 + \Delta t_1 + \dots + \Delta t_{i-1}$.

Для N однотипных объектов среднее число отказов за время или статистическая оценка ведущей функции будет равна:

$$\hat{\Omega}(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N R_j(t_i), \quad (3.22)$$

где $R_j(t_i)$ – суммарное число отказов j -го объекта за время t_i .

9. Средняя наработка на отказ:

а) вероятностное определение

$$T_0 = \frac{t}{\Omega(t)}, \quad (3.23)$$

где T_0 – средняя наработка на отказ восстанавливаемого объекта;
 t – наработка восстанавливаемого объекта; $\Omega(t) = M[r(t)]$ – математическое ожидание числа отказов восстанавливаемого объекта в течение наработки t ; $r(t)$ – число отказов за время t ;

б) статистическое определение

$$\hat{T}_0 = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{R_j(t)} T_{jk}}{\sum_{j=1}^N R_j(t)}, \quad (3.24)$$

где $R_j(t)$ – суммарное число отказов j -го объекта за время работы (наработки) t ; T_{jk} – реализация времени работы (наработки) j -го объекта между двумя соседними отказами $[(k-1) \text{ и } k]$; N – общее число исследуемых однотипных объектов.

Для периода работы в интервале от t_1 до t_2 наработка на отказ статистически определяется как

$$\hat{T}_0 = \frac{t_2 - t_1}{\hat{\Omega}(t_2) - \hat{\Omega}(t_1)}, \quad (3.25)$$

где $\hat{\Omega}(t)$ – среднее число отказов за время t .

Очевидно, что с увеличением значения t (а следовательно, и возраста объекта) будет возрастать $\hat{\Omega}(t)$, а значение \hat{T}_0 – снижаться.

10. Средний ресурс (средний срок службы, средний срок сохранности):

а) вероятностное определение

$$T_p = M\{T_i\} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} t dF(t) = \int_0^{\infty} [1 - F(t)] dt, \quad (3.26)$$

где T_p – средний ресурс (средний срок службы, средний срок сохраняемости) до предельного состояния объекта; $F(t)$ – функция распределения ресурса (срока службы, срока сохраняемости) до предельного состояния; $f(t)$ – плотность распределения ресурса (срока службы, срока сохраняемости) до предельного состояния; T_i – реализация ресурса (срока службы, срока сохраняемости) для i -го объекта;

б) статистическое определение

$$\hat{T}_p = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} T_i, \quad (3.27)$$

где $N(0)$ – общее число исследуемых восстанавливаемых объектов (или наблюдений за одним и тем же объектом); T_i – реализация ресурса (срока службы, срока сохраняемости) для i -го объекта (или i -я реализация признака для одного и того же объекта); T_p – среднее арифметическое реализаций ресурса (срока службы, срока сохраняемости) или среднее арифметическое реализаций признака для одного и того же объекта.

11. Среднее время восстановления работоспособного состояния:

а) вероятностное определение

$$T_B = M\{V\} = \int_0^{\infty} tf(t)dt = \int_0^{\infty} t dF_B(t) = \int_0^{\infty} [1 - F_B(t)]dt, \quad (3.28)$$

где T_B – математическое ожидание (среднее значение) времени восстановления работоспособного состояния; $f_B(t)$ – плотность распределения времени восстановления; $F_B(t)$ – функция распределения времени восстановления;

б) статистическое определение

$$\hat{T}_B = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} V_i, \quad (3.29)$$

где $N(0)$ – общее число исследуемых восстанавливаемых объектов (или число наблюдений за одним и тем же объектом); V_i – реализация времени восстановления для i -го объекта (или i -я реализация восстановления одного и того же объекта); \hat{T}_B – среднее арифметическое реализаций времени восстановления объектов или среднее арифметическое реализаций времени восстановления одного и того же объекта.

12. Вероятность восстановления работоспособного состояния в заданное время:

а) вероятностное определение

$$P_B(V_0) = P_B(0, V_0) = P_B(V \leq V_0) = 1 - F_B(V_0), \quad (3.30)$$

где V – случайное время восстановления объекта; $F(V)$ – функция распределения случайной величины V ; $P_B(V_0)$ – вероятность того, что объект будет восстановлен в течение заданного времени V_0 , если восстановление будет начато в момент времени $V = 0$, или вероятность того, что время восстановления объекта окажется меньше заданного времени V_0 ;

б) статистическое определение

$$\hat{P}_B(0, V_0) = \frac{\Delta n(V_0)}{N(0)}, \quad (3.31)$$

где $N(0)$ – число объектов, работоспособное состояние которых подлежало восстановлению в момент времени $V = 0$; $\Delta n(V_0)$ – число объектов, работоспособное состояние которых восстановлено в заданное время V_0 .

13. Гамма-процентная наработка до отказа, гамма-процентный ресурс, гамма-процентный срок службы, гамма-процентный срок сохраняемости:

а) вероятностное определение

$$1 - F(T_{\gamma\%}) = 1 - \int_0^{T_{\gamma\%}} f(t) dt = \frac{\gamma}{100} = P(T_{\gamma\%}), \quad (3.32)$$

где $T_{\gamma\%}$ – гамма-процентная наработка до отказа (гамма-процентный ресурс $T_{p\gamma\%}$, гамма-процентный срок службы $T_{сл\gamma\%}$, гамма-процентный срок сохраняемости до предельного состояния $T_{с\gamma\%}$).

При $\gamma = 100\%$ гамма-процентная наработка (ресурс, срок службы, срок сохраняемости) называется установленной безотказной наработкой (установленным ресурсом, установленным сроком службы, установленным сроком сохраняемости), при $\gamma = 50\%$ гамма-процентная наработка (ресурс, срок службы, срок сохраняемости) называется медианной наработкой (ресурсом, сроком службы, сроком сохраняемости);

б) статистическое определение

Гамма-процентный ресурс представляет собой нижнюю доверительную границу рассеивания ресурса при односторонней доверительной вероятности $\alpha_0 = \gamma$, где γ – заданный гамма-процент изделий (в долях единицы), выходящих из строя до гамма-процентного ресурса $T(\gamma\%)$:

$$\gamma = \frac{\gamma\%}{100} = P[T(\gamma)], \quad (3.33)$$

где $P[T(\gamma)]$ – интегральная функция безотказности.

Комплексные показатели надёжности

14. Коэффициент готовности:

а) вероятностное определение

$$K_{\Gamma} = \lim_{t \rightarrow \infty} K(t), \quad (3.34)$$

где K_{Γ} – вероятность нахождения объекта в работоспособном состоянии для стационарного случайного процесса или математическое ожидание времени, в течение которого объект находится в исправном состоянии (как в режиме работы, так и в режиме хранения); $K(t)$ – вероятность того, что в момент времени t объект находится в работоспособном состоянии;

б) статистическое определение

$$\hat{K}_{\Gamma} = \frac{N(t_{\infty})}{N(0)} = 1 - n(t_{\infty})/N(0), \quad (3.35)$$

где $N(0)$ – общее число объектов; $N(t_{\infty})$ – число объектов, находящихся в работоспособном состоянии в произвольный, «достаточно удаленный» момент времени; $n(t_{\infty})$ – число объектов, находящихся в состоянии отказа в произвольный момент времени (за исключением простоев на проведение плановых ремонтов и технического обслуживания); \hat{K}_{Γ} – отношение числа объектов, находящихся в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, к общему числу объектов.

При порядке обслуживания, предусматривающем немедленное начало восстановления отказавшего объекта, коэффициент готовности вычисляется по формуле

$$K_{\Gamma} = \frac{T_0}{T_0 + T_B}, \quad (3.36)$$

где T_0 – наработка на отказ; T_B – среднее время восстановления.

Таким образом, коэффициент готовности характеризует одновременно два различных свойства объекта – безотказность и ремонтпригодность.

15. Коэффициент технического использования.

Коэффициент технического использования статистически определяется отношением суммарного времени пребывания наблюдаемых объектов в работоспособном состоянии к произведению числа наблюдаемых объектов N на заданное время эксплуатации $T_{\text{экс}}$:

$$\hat{K}_{\text{т.и.}} = \left(\sum_{i=1}^N T_{\Sigma i} \right) / (NT_{\text{экс}}), \quad (3.37)$$

где T_{Σ_i} – суммарное время пребывания i -го объекта в работоспособном состоянии ($i = 1, 2, \dots, N$); $T_{\text{экс}}$ – продолжительность эксплуатации, состоящей из интервалов времени работы, технического обслуживания и ремонтов.

Если заданное время эксплуатации $T_{\text{экс}}$ различно для каждого изделия, то данная формула примет вид

$$\hat{K}_{T.I.} = \frac{t_{\text{сум}}}{t_{\text{сум}} + t_{\text{рем}} + t_{\text{обс}}}, \quad (3.38)$$

где $t_{\text{сум}}$ – суммарная наработка всех объектов; $t_{\text{рем}}$ – суммарное время перерывов в работе (простоев) из-за плановых и внеплановых ремонтов всех объектов; $t_{\text{обс}}$ – суммарное время перерывов в работе (простоев) из-за планового и внепланового технического обслуживания всех объектов.

Время простоя по организационным причинам здесь не учитывается.

Из формул (3.36) и (3.37) следует, что значения K_{Γ} и $\hat{K}_{T.I.}$ снижаются с увеличением возраста (срока службы) восстанавливаемого объекта, поскольку значения T_0 и $t_{\text{сум}}$ обычно снижаются, а значения T_B , $t_{\text{рем}}$ и $t_{\text{обс}}$ возрастают.

16. Коэффициент простоя объекта:

а) вероятностное определение

$$K_{\Pi} = \lim_{t \rightarrow \infty} k(t), \quad (3.39)$$

где K_{Π} – вероятность нахождения объекта в состоянии отказа в произвольный, «достаточно удаленный» момент времени (т.е. для стационарного случайного процесса).

Очевидно, что

$$K_{\Pi} = 1 - K_{\Gamma}; \quad (3.40)$$

б) статистическое определение

$$\hat{K}_{\Pi} = \frac{n(t_{\infty})}{N(0)}, \quad (3.41)$$

где $N(0)$ – общее число объектов; $n(t_\infty)$ – число объектов, находящихся в произвольный, «достаточно удаленный» момент времени t_∞ в состоянии отказа; K_{Π} – отношение числа объектов, находящихся в произвольный, «достаточно удаленный» момент времени t_∞ в состоянии отказа, к общему числу объектов.

17. Коэффициент планируемого применения.

Коэффициент планируемого применения $K_{\Pi.П.}$ объекта описывается формулой

$$K_{\Pi.П.} = \frac{T_{\text{экс}} - M[t'_{\text{рем}} + t'_{\text{обс}}]}{T_{\text{экс}}}, \quad (3.42)$$

где $T_{\text{экс}}$ – заданная продолжительность эксплуатации, состоящая из интервалов времени работы, технического обслуживания и ремонтов; $M[t'_{\text{рем}} + t'_{\text{обс}}]$ – математическое ожидание суммарной продолжительности технического обслуживания $t'_{\text{обс}}$ и ремонтов $t'_{\text{рем}}$ на заданную продолжительность эксплуатации $T_{\text{экс}}$.

3.4. Показатели надёжности для очистных механизированных комплексов

Все показатели по уровню иерархии на примере оборудования очистных механизированных комплексов делятся на четыре уровня:

- для комплекса очистного оборудования в целом;
- для отдельных машин, входящих в комплекс;
- для отдельных составных частей и сборочных единиц;
- для деталей.

Основными показателями надёжности являются:

- для комплекса очистного оборудования – средняя наработка на отказ, среднее время восстановления, коэффициент неисправности или коэффициент готовности;
- для машин, входящих в комплекс (очистные комбайны, скребковые передвижные конвейеры, механизированные крепи) – средний или гамма-процентный ресурс до капитального ремонта, средний срок службы до капитального ремонта, средняя наработка на отказ, среднее время восстановления, коэффициент применяемости, удельная относительная стоимость запасных

частей, коэффициент неисправности или коэффициент готовности;

- для составных частей и сборочных единиц – средний или гамма-процентный ресурс до капитального ремонта, средний ресурс до снятия (замены), средний срок службы до снятия (замены);
- для деталей – средний ресурс до снятия (замены), средний срок службы до снятия (замены).

4. РАСЧЁТ НАДЁЖНОСТИ

4.1. Целевое назначение и классификация

Расчёты, предназначенные для определения количественных показателей надёжности, называются расчётами надёжности.

В зависимости от этапа существования изделия (системы) используются расчёты для: проектирования, создания и эксплуатации.

На этапе эскизного проектирования расчёт надёжности производят с целью прогнозирования ожидаемого показателя надёжности. С помощью этого расчёта обосновывается предлагаемый вариант изделия (системы).

На этапе технического проектирования расчёт надёжности применяют для обоснования выбора технических средств, входящих в систему, выбора способов резервирования, глубины и способов контроля и диагностики, обоснования структуры системы, требований надёжности к комплектующим элементам.

На этапе создания расчёт надёжности производится с целью установления соответствия показателей надёжности созданного и испытываемого на надёжность изделия (системы) заданным на этапе проектирования. Обоснованность расчётов на этом этапе – определение показателей надёжности по результатам испытаний отдельных групп изделий.

На этапе эксплуатации расчёт надёжности используется для выбора и обоснования состава и объёма запасных изделий, необходимых для замены отказавших, а также для обоснования и планирования профилактического обслуживания.

Классификация расчётов надёжности по различным признакам приведена на рис. 4.1.

Элементарный расчёт аппаратурной надёжности – это определение показателей надёжности изделия, обусловленного надёжностью его комплектующих частей (элементов).

Расчёт функциональной надёжности – это расчёт показателей надёжности выполнения заданных функций. Показатели функциональной надёжности зависят от вида заданных функций, аппаратурной надёжности, уровня обслуживания и других факторов. Поэтому расчёт функциональной надёжности более сложен, чем элементарный расчёт аппаратурной надёжности.



Рис. 4.1. Классификация расчётов надёжности

Для расчёта надёжности, применения расчётных формул необходимо знать общие закономерности расчётов надёжности.

4.2. Надёжность элемента

Элемент и система являются тесно связанными понятиями. В теории надёжности под элементом принято понимать часть технической системы (объекта), выполняющую определенные функции и не подлежащую дальнейшему расчленению при решении данной задачи или при данной степени подробности рассмотрения системы.

С позиции теории ремонта под элементом будем понимать некоторую часть системы, которая при ремонте может быть заменена как единое целое, а надёжность её изучается независимо от надёжности других частей системы.

В основу этих понятий положен функциональный признак, поэтому объект может рассматриваться и как система, и как элемент. Понятия «система» и «элемент» выражены друг через друга, поскольку одно из них следовало бы принять в качестве исходного. Они относительны: объект, считавшийся системой в одном исследовании, может рассматриваться как элемент, если изучается объект большего масштаба.

4.2.1. Невосстанавливаемый элемент

Произвольное распределение

Предполагается, что известен закон распределения времени работы элемента до отказа $F(t) = P(T \leq t)$. Показатели надёжности элемента выражаются через известный закон распределения или его основные параметры.

В табл. 4.1 приведены основные показатели надёжности для произвольного (любого) закона распределения времени работы до отказа, а графическое пояснение основных формул этой таблицы дано на рис. 4.2–4.5.

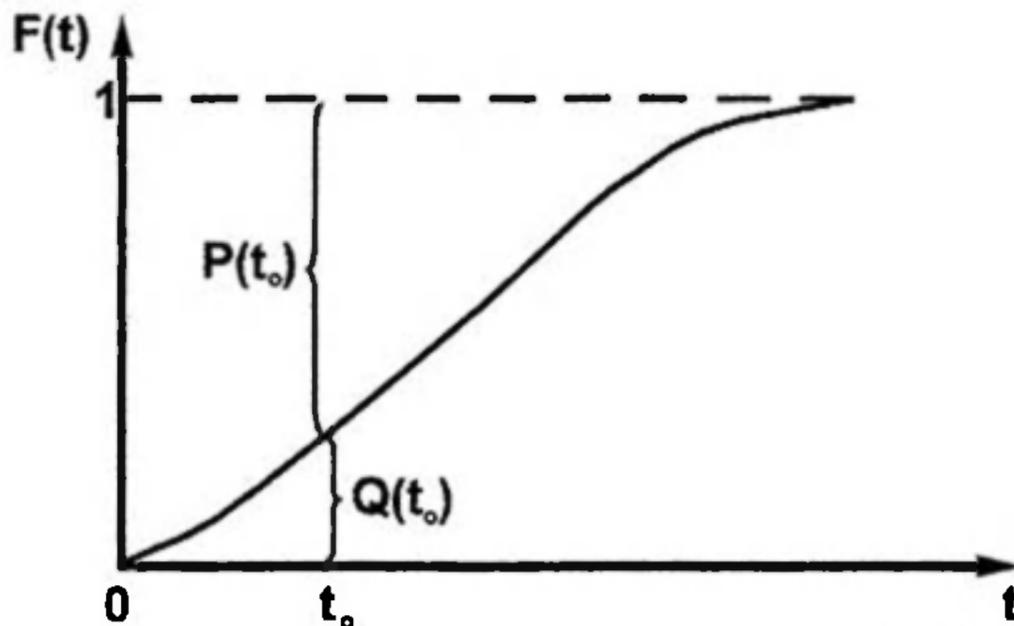


Рис. 4.2. Пояснение формул для $P(t_0) = 1 - F(t_0)$ и $Q(t_0) = F(t_0)$

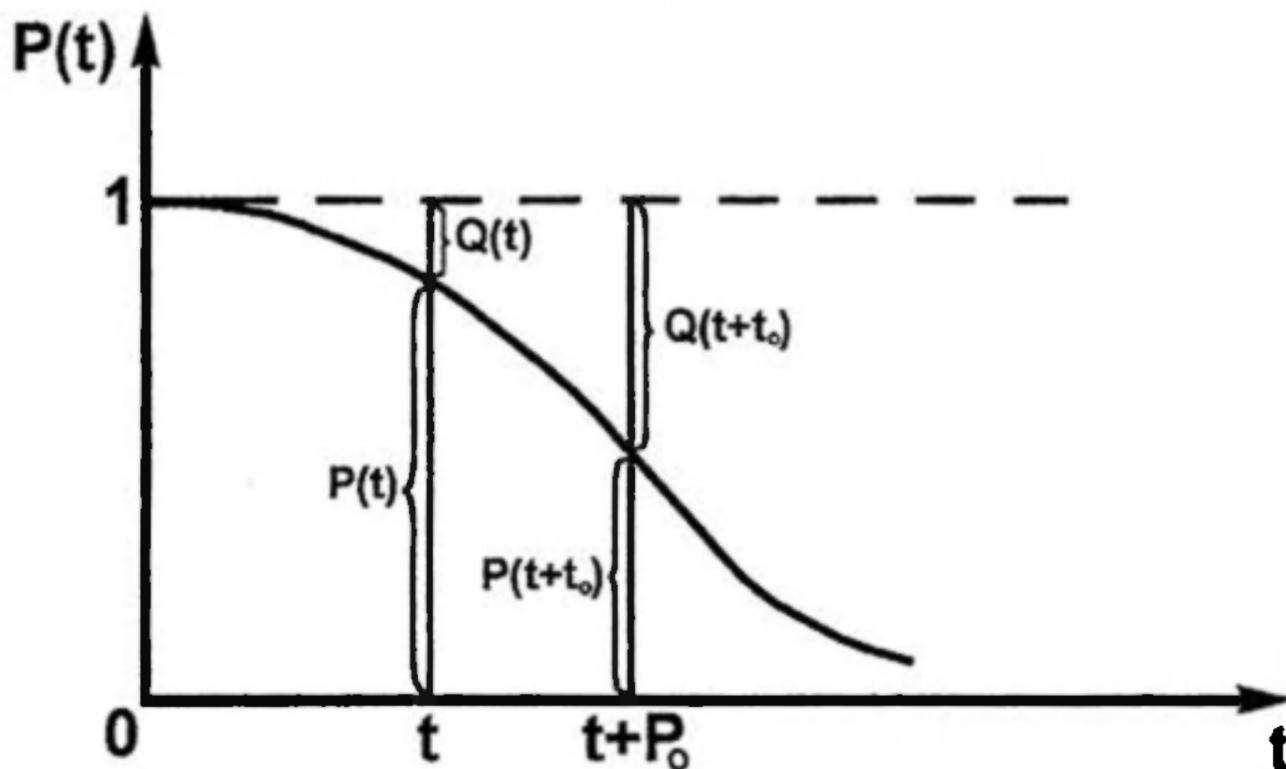


Рис. 4.3. Пояснение формул для $P(t, t+t_0)$ и $Q(t, t+t_0)$

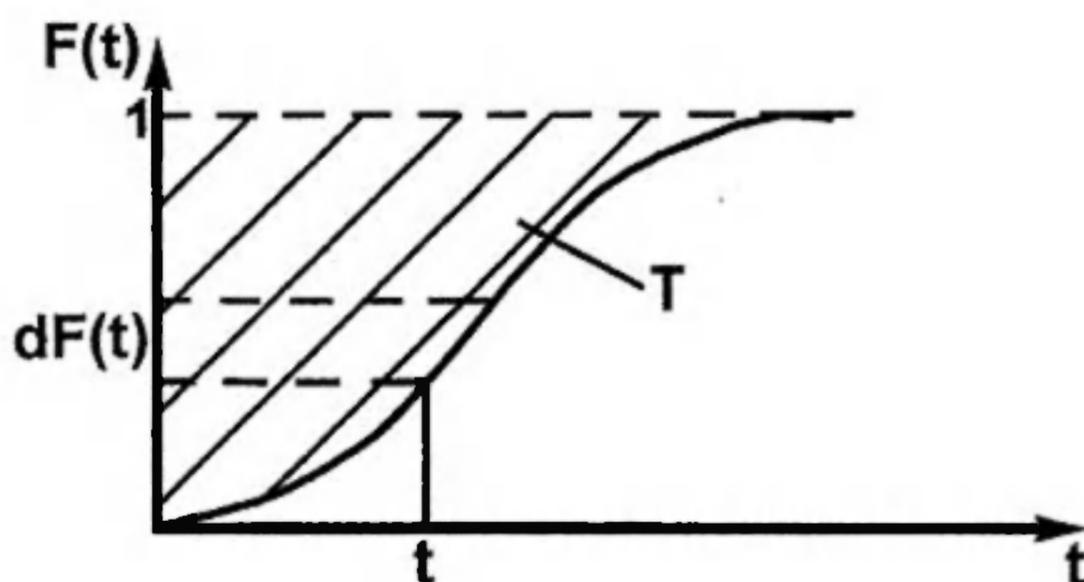


Рис. 4.4. Пояснение принципа интегрирования по формуле $T_{cp} = \int_0^{\infty} t dF(t)$

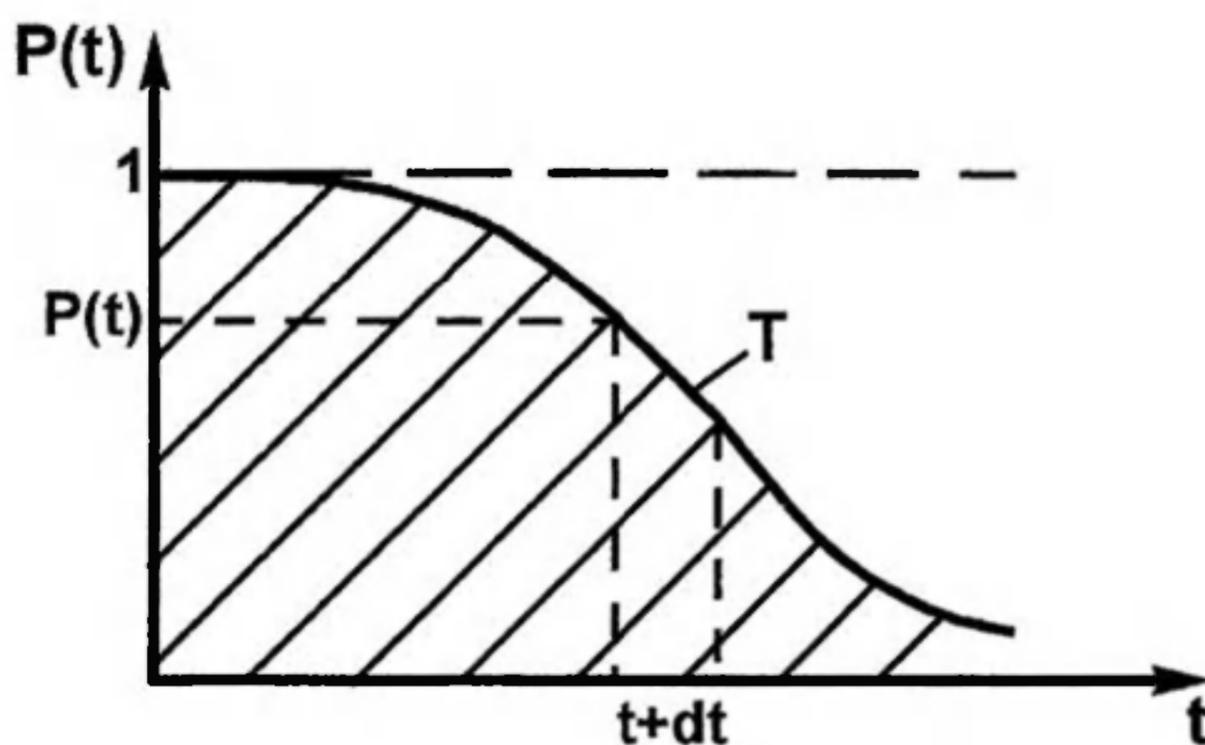


Рис. 4.5. Пояснение принципа интегрирования по формуле $T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt$

Когда $F(t)$ задана в виде ступенчатой функции, формула для T_{cp} может быть записана в виде (рис. 4.6)

$$T_{cp} = \sum_{i=0}^{\infty} [F(t_{i+1}) - F(t_i)] t_i \quad (4.1)$$

или в виде (рис. 4.7)

$$T_{cp} = \sum_{i=0}^{\infty} P(t_i) (t_{i+1} - t_i). \quad (4.2)$$

Таблица 4.1

Невосстанавливаемый элемент. Произвольный закон
распределения времени работы до отказа $F(t)$

Непрерывная функция	Дискретная функция
$P(t_0) = 1 - F(t_0);$ $Q(t_0) = F(t_0);$ $P(t, t+t_0) = \frac{1 - F(t+t_0)}{1 - F(t)};$ $Q(t, t+t_0) = \frac{F(t+t_0) - F(t)}{1 - F(t)};$ $T_{cp} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt;$ $\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$	$P(t_0) = 1 - \sum_{i=1}^{k(t_0)} f(\Delta i) = \sum_{i=k(t_0)+1}^N f(\Delta i);$ $Q(t_0) = \sum_{i=1}^{k(t_0)} f(\Delta i);$ $P(t, t+t_0) = \frac{\sum_{i=k(t+t_0)+1}^N f(\Delta i)}{\sum_{i=k(t)+1}^N f(\Delta i)};$ $Q(t, t+t_0) = \frac{\sum_{i=k(t)+1}^{k(t+t_0)} f(\Delta i)}{\sum_{i=k(t)+1}^N f(\Delta i)};$ $T_{cp} = \sum_{i=1}^N f(\Delta i) t_i;$ $\lambda(t) = \frac{F(t_{i+1}) - F(t_i)}{(t_{i+1} - t_i) F(t_i)}$ <p data-bbox="1075 2279 1444 2338">при $t_i \leq t \leq t_{i+1}$</p>

Примечание: t – текущее время; t_0 – заданное время работы, начинающееся с момента времени t ; интервал времени от t до $t+t_0$; в частном случае $t=0$.

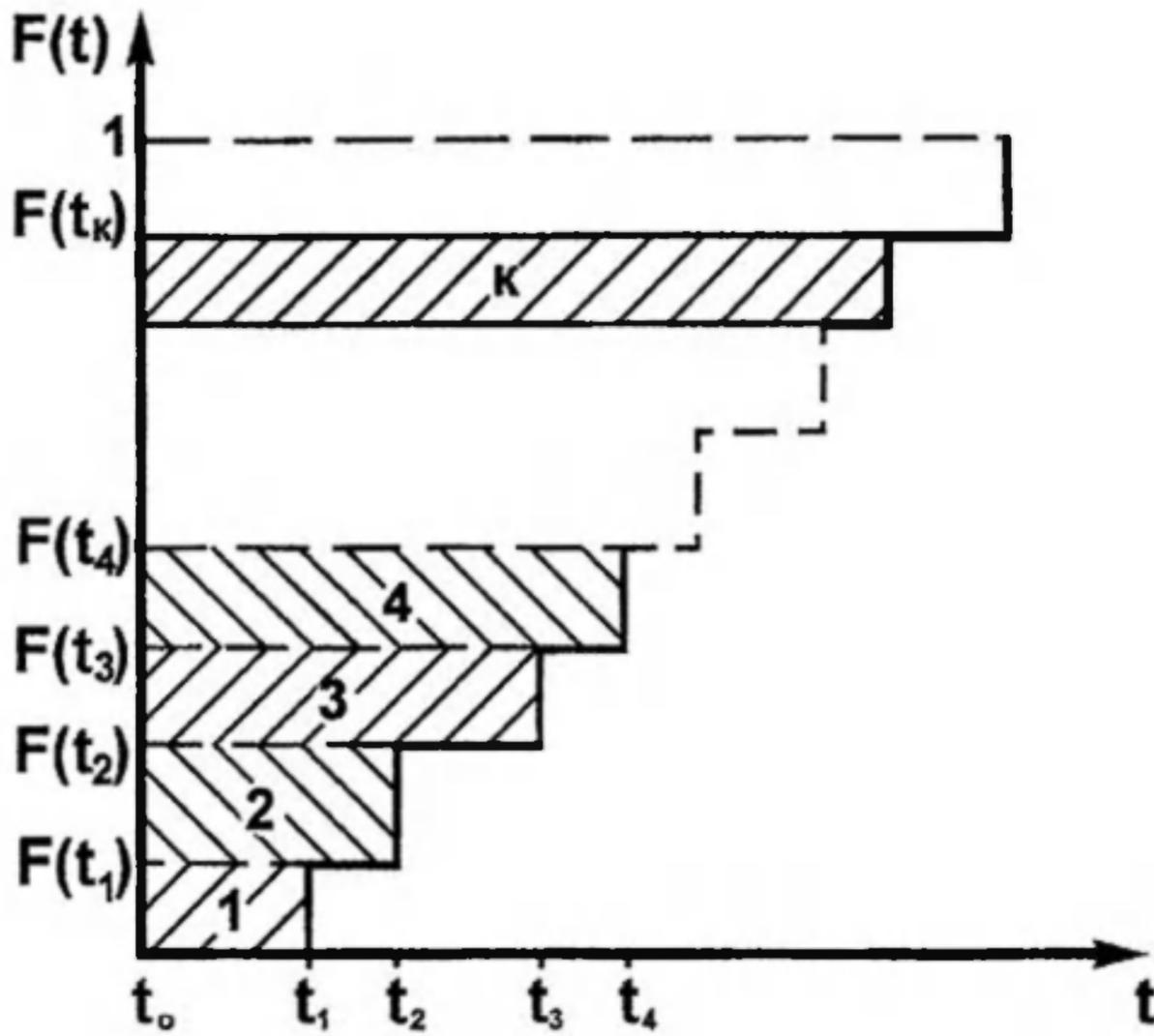


Рис. 4.6. Графическое пояснение формулы (4.1): $1, \dots, k$ – площадь, равная сумме от 1 до k -го слагаемого в формуле (4.1)

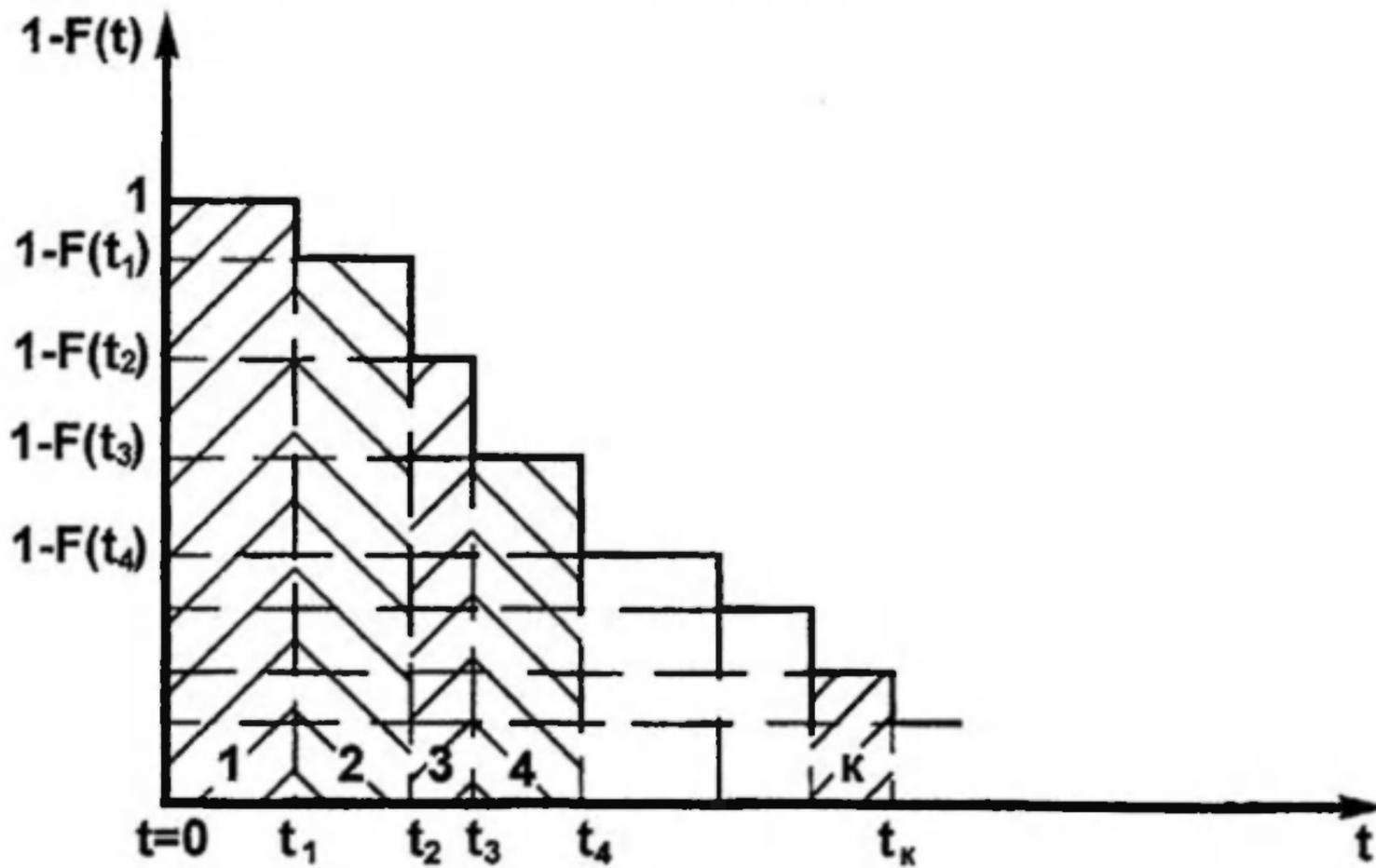


Рис. 4.7. Графическое пояснение формулы (4.2): $1, \dots, k$ – площадь, численно равная сумме от 1 до k -го слагаемого в формуле (4.2)

Пример 4.1. При наблюдениях за $N = 35$ невосстанавливаемыми элементами через каждые 100 ч пользования фиксировались отказы. Результаты наблюдений сведены в таблицу:

Момент времени t_i , ч	1800	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600	2700
Частота (число) отказов $n(t_i)$	0	3	3	5	8	7	6	2	1	0
Накопленная частота $\sum_i^n n(t_i)$	0	3	6	11	19	26	32	34	35	35

Требуется построить эмпирическую функцию распределения и вычислить основные показатели надёжности невосстанавливаемого элемента, приняв эмпирическую функцию за истинную (рис. 4.8).

Решение. 1. Эмпирическую функцию распределения вычислим по формуле (как относительную частоту отказов)

$$\hat{F}(t_i) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^i n(t_k)$$

и запишем в виде таблицы:

t_i	$(\Delta t = 100)$	1800	1900	2000	2100	2200
$\hat{F}(t_i)$		0	0,086	0,172	0,314	0,543
$\hat{P}(t_i)$		1	0,914	0,828	0,686	0,457
t_i	$(\Delta t = 100)$	2300	2400	2500	2600	2700
$\hat{F}(t_i)$		0,743	0,914	0,971	1,00	1,00
$\hat{P}(t_i)$		0,257	0,086	0,029	0	0

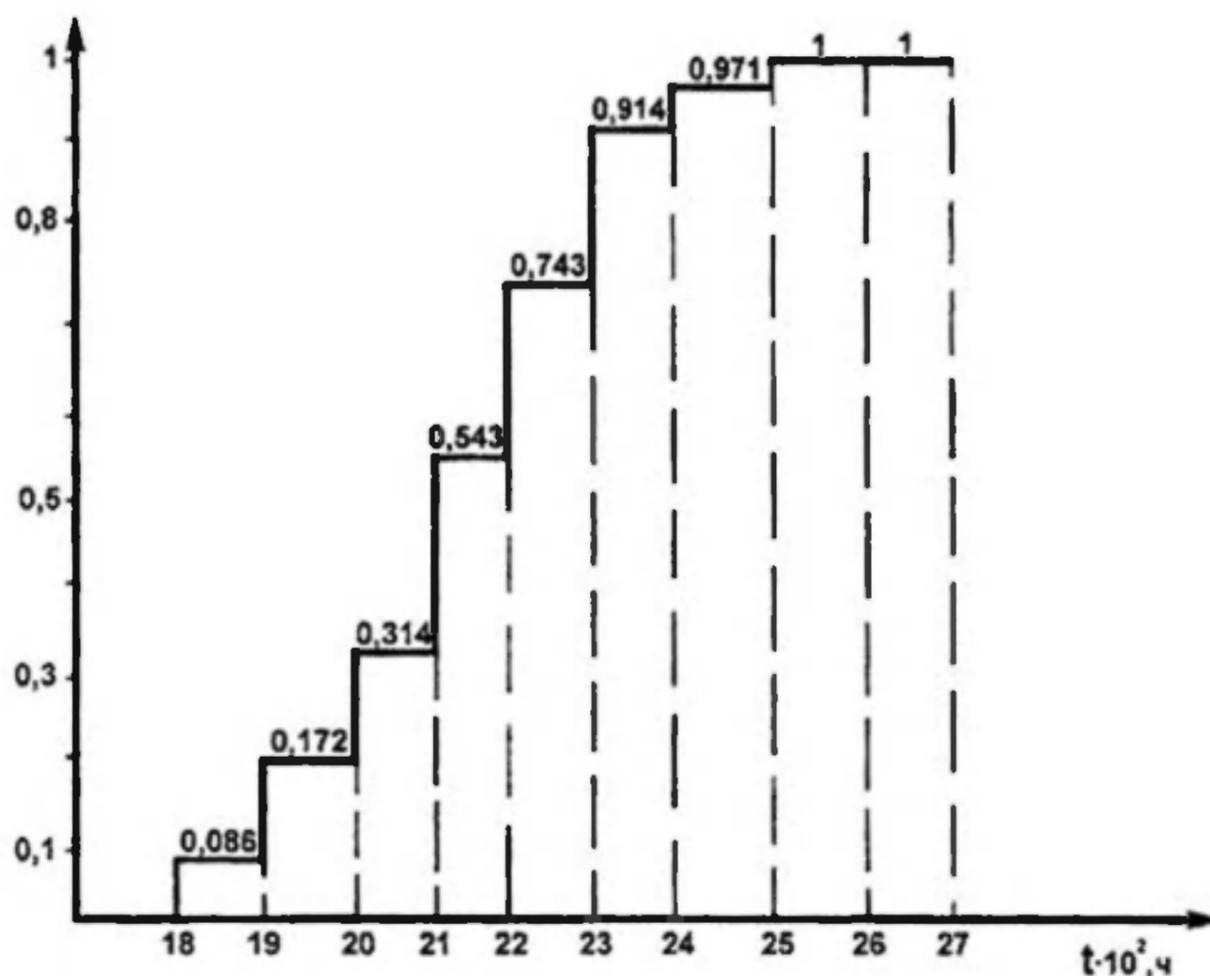


Рис. 4.8. График эмпирической функции распределения к примеру 4.1

2. Вероятность безотказной работы для $t_0 = 2100$ ч:

$$\hat{P}(2100) = 1 - \hat{F}(2100) = 1 - 0,314 = 0,686.$$

3. Вероятность отказа за время $t_0 = 2100$ ч:

$$\hat{Q}(2100) = \hat{F}(2100) = 0,314.$$

4. Вероятность безотказной работы в интервале времени от $t = 1900$ ч до $t + t_0 = 2300$ ч при условии, что элемент проработал безотказно 1900 ч:

$$\hat{P}(1900, 2300) = \frac{1 - \hat{F}(2300)}{1 - \hat{F}(1900)} = \frac{1 - 0,743}{1 - 0,086} \cong 0,28.$$

5. Вероятность отказа в интервале времени от $t = 1900$ ч до $t + t_0 = 2300$ ч при условии, что элемент проработал безотказно 1900 ч:

$$\hat{Q}(1900, 2300) = 1 - \hat{P}(1900, 2300) = 1 - 0,28 = 0,72.$$

6. Среднее время работы до отказа найдем по формулам (4.2) и (4.1) соответственно:

$$\begin{aligned} \hat{T}_{cp} &= t_1 + \Delta t \sum_{i=1}^{10} P(t_i) = 1800 + 100(0,914 + 0,828 + 0,786 + \\ &+ 0,457 + 0,257 + 0,086 + 0,029) = 2135,7 \text{ ч;} \end{aligned}$$

$$\hat{T}_{cp} = \sum_{i=1}^{10} [F(t_{i+1}) - F(t_i)] t_i = 1900(0,086 - 0) + 2000(0,172 - 0,086) + \\ + 2100(0,314 - 0,172) + 2200(0,543 - 0,314) + 2300(0,743 - 0,543) + \\ + 2400(0,914 - 0,743) + 2500(0,971 - 0,914) + 2600(1 - 0,971) = 2135,7 \text{ ч.}$$

7. Интенсивность отказов как возрастающую функцию времени вычислим непосредственно из данных наблюдений по формуле

$$\hat{\lambda}(t_i) = n(t_i) / \left[N - \sum_{j=1}^{i-1} n(t_j) \right] (t_i - t_{i-1}),$$

где $t_0 = 0$.

Результаты вычислений сведены в таблицу:

t_i , ч	1800	1900	2000	2100	2200
$\hat{\lambda}(t_i)$, 1/ч	0	$\frac{3}{35} \cdot \frac{1}{100} =$ $= 0,086 \cdot 10^{-2}$	$\frac{3}{33} \cdot \frac{1}{100} =$ $= 0,091 \cdot 10^{-2}$	$\frac{5}{29} \cdot \frac{1}{100} =$ $= 0,172 \cdot 10^{-2}$	$\frac{8}{24} \cdot \frac{1}{100} =$ $= 0,333 \cdot 10^{-2}$
t_i , ч	2300	2400	2500	2600	
$\hat{\lambda}(t_i)$, 1/ч	$\frac{7}{16} \cdot \frac{1}{100} =$ $= 0,437 \cdot 10^{-2}$	$\frac{6}{9} \cdot \frac{1}{100} =$ $= 0,667 \cdot 10^{-2}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{100} =$ $= 0,667 \cdot 10^{-2}$	$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{100} =$ $= 1 \cdot 10^{-2}$	

Нормальное распределение

Основные показатели надёжности элемента, которые выражаются через основные параметры a и σ нормального закона распределения времени работы до отказа, имеют вид

$$f(t_0) = \frac{1}{\sigma} f_0 \left(\frac{t_0 - a}{\sigma} \right); \\ P(t_0) = F_0 \left(\frac{a - t_0}{\sigma} \right) \text{ или } 1 - F_0 \left(\frac{t_0 - a}{\sigma} \right); \\ F(t_0) = Q(t_0) = 1 - P(t_0); \\ P(t, t + t_0) = \frac{1 - F_0 \left[\frac{(t + t_0) - a}{\sigma} \right]}{1 - F_0 \left(\frac{t - a}{\sigma} \right)}; \quad (4.3)$$

$$Q(t, t+t_0) = 1 - P(t, t+t_0);$$

$$T_{cp} = a;$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t_0)}{P(t_0)} = \frac{1}{\sigma} \frac{f_0\left(\frac{t_0 - a}{\sigma}\right)}{F_0\left(\frac{a - t_0}{\sigma}\right)} = \frac{1}{\sigma} f_1\left(\frac{a - t_0}{\sigma}\right).$$

Для нормированного и центрированного распределения имеем табулированные функции плотности вероятности $f_0(x)$, функцию распределения $F_0(x)$ и $f_1(y) = [f_0(y) / F_0(y)]$, где $y = (a - t_0) / T$.

Пример 4.2. Пусть закон распределения времени работы элемента имеет нормальное распределение со средним сроком службы $T_{cp} = 20$ мес, дисперсией $\sigma_2 = 25$ мес². Требуется вычислить основные показатели надёжности элемента, пользуясь формулами (4.3) и таблицами значений f_0, F_0 и f_1 .

Решение

1. Вероятность безотказной работы за время $t_0 = 12$ мес и $t_0 = 22$ мес :

$$P(12) = 1 - F_0[(12 - 20) / 5] = 1 - F_0(-1,6) = 0,945;$$

$$P(22) = 1 - F_0[(22 - 20) / 5] = 1 - F_0(0,4) = 0,345.$$

2. Вероятность отказа за время $t_0 = 12$ мес и $t_0 = 22$ мес :

$$Q(12) = 1 - 0,945 = 0,055; \quad Q(22) = 1 - 0,345 = 0,655.$$

3. Вероятность безотказной работы в интервале от $t = 15$ мес до $t + t_0 = 18$ мес :

$$P(15;18) = \frac{1 - F_0[(18 - 20) / 5]}{1 - F_0[(12 - 20) / 5]} = \frac{F_0(0,4)}{F_0(1,0)} = \frac{0,655}{0,841} = 0,779.$$

4. Вероятность отказа в интервале от $t = 15$ мес до $t + t_0 = 18$ мес :

$$Q(15;18) = 1 - P(15;18) = 1 - 0,779 = 0,221.$$

5. Среднее время работы до отказа задано в условии задачи:

$$T_{cp} = a = 20 \text{ мес.}$$

6. Интенсивность отказов для $t_0 = 12$ мес и $t_0 = 22$ мес :

$$\lambda(12) = \frac{1}{5} f_1[(20 - 12)/5] = \frac{1}{5} f_1(1,6) = 0,0234 \text{ 1/мес};$$

$$\lambda(22) = \frac{1}{5} f_1[(20 - 22)/5] = \frac{1}{5} f_1(-0,4) = 0,201 \text{ 1/мес}$$

или

$$\lambda(12) = \frac{1}{5} \frac{f_0[(12 - 20)/5]}{F_0[(20 - 12)/5]} = \frac{1}{5} \frac{f_0(-1,6)}{F_0(1,6)} = 0,0234 \text{ 1/мес};$$

$$\lambda(22) = \frac{1}{5} \frac{f_0[(22 - 20)/5]}{F_0[(20 - 22)/5]} = \frac{1}{5} \frac{f_0(0,4)}{F_0(-0,4)} = \frac{1}{5} \frac{0,3683}{1 - 0,6554} = 0,201 \text{ 1/мес}.$$

Налицо резкое возрастание интенсивности отказов $\lambda(t_0)$ с увеличением времени работы элемента с $t_0 = 12$ мес до $t_0 = 22$ мес.

Экспоненциальное распределение

Основные показатели надёжности элемента для экспоненциального распределения времени работы имеют вид

$$\begin{aligned} P(t_0) &= e^{-\lambda t_0}; & Q(t_0) &= e^{-\lambda t_0}; \\ P(t, t+t_0) &= e^{-\lambda t_0}; & Q(t, t+t_0) &= 1 - \exp(-\lambda t_0); \\ T_{cp} &= 1/\lambda; & \sigma &= 1/\lambda; & \lambda(t) &= \lambda. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Экспоненциальный закон обладает важным свойством: вероятность безотказной работы элемента (системы) на интервале времени длительностью t_0 не зависит от времени предшествовавшей работы до начала рассматриваемого интервала, а зависит только от длительности времени t_0 .

Наработка на отказ – это лишь среднее время, за которое возникает отказ, да и то в период нормальной эксплуатации.

Практика показывает, что изделия, проработавшие некоторое время, обладают таким естественным свойством, как ухудшение в среднем значения вероятностных характеристик по сравнению с изделием совершенно новым или проработавшим меньший срок.

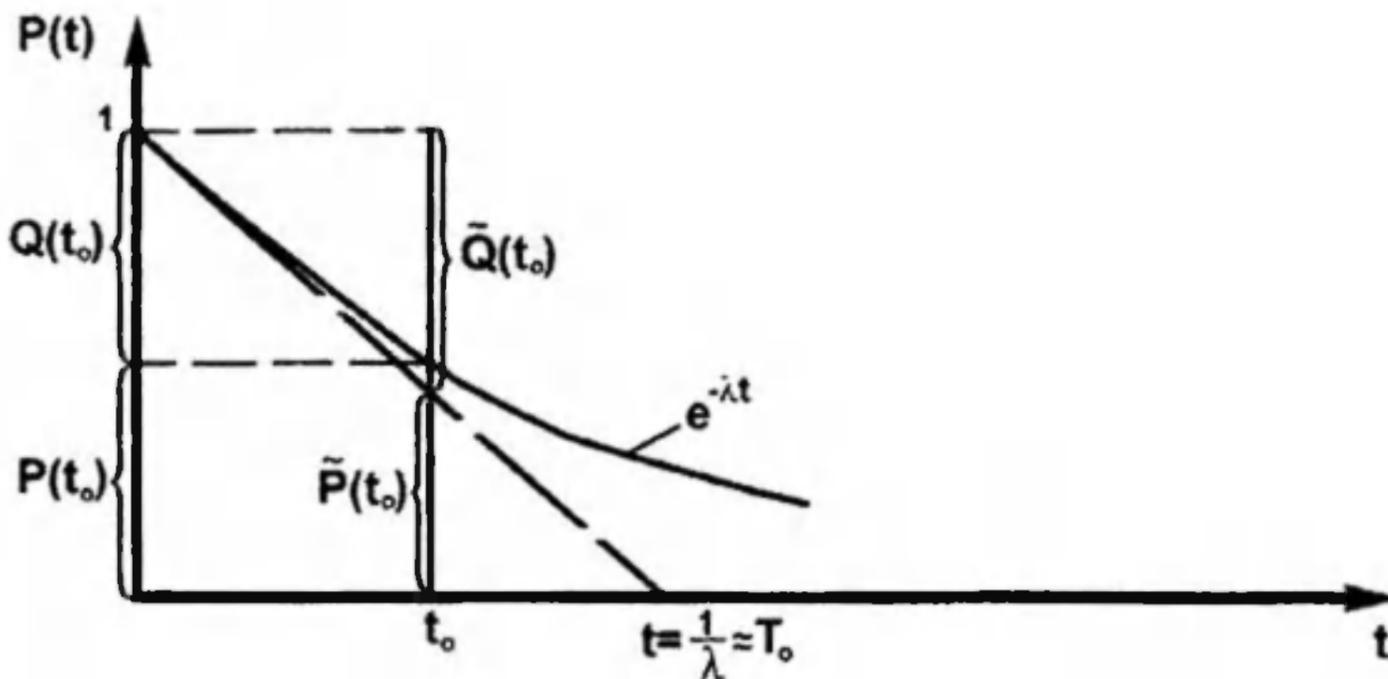


Рис. 4.9. Графическое пояснение основных формул (4.4)

Пример 4.3. В период нормальной эксплуатации элемент имеет экспоненциальное распределение времени работы до отказа с параметром распределения $\lambda = 12 \cdot 10^{-2} \text{ 1/год}$.

Требуется вычислить основные показатели надёжности невосстанавливаемого элемента, пользуясь формулами (4.4).

Решение

1. Вероятность безотказной работы за время $t_0 = 2 \text{ год}$:

$$P(2) = e^{-12 \cdot 10^{-2} \cdot 2} = e^{-0,24} = 0,787.$$

2. Вероятность отказа за время $t_0 = 2 \text{ года}$:

$$Q(2) = 1 - P(2) = 1 - 0,787 = 0,213.$$

3. Вероятность безотказной работы в интервале от $t = 0,5 \text{ года}$ до $t + t_0 = 0,5 + 2 = 2,5 \text{ года}$ при условии, что элемент проработал безотказно $0,5 \text{ года}$:

$$P(0,5; 2,5) = e^{-\lambda t_0} = e^{-12 \cdot 10^{-2} \cdot 2} = 0,787.$$

4. Вероятность отказа в интервале времени от $t = 0,5 \text{ года}$ до $t + t_0 = 0,5 + 2 = 2,5 \text{ года}$ при условии, что элемент проработал безотказно $0,5 \text{ года}$:

$$Q(0,5; 2,5) = 1 - P(0,5; 2,5) = 1 - 0,787 = 0,213.$$

5. Среднее время работы до отказа:

$$T_{cp} = 1/\lambda = 1/(12 \cdot 10^{-2}) = 8,3 \text{ года}.$$

б. Интенсивность отказов:

$$\lambda(t) = \lambda = 12 \cdot 10^{-2} \text{ 1/год.}$$

Назовем элемент стареющим, если с течением времени интенсивность отказов может только увеличиваться, т.е. для любых $0 < t_1 < t_2$

$$\lambda(t_1) \leq \lambda(t_2).$$

Признаком такого старения изделия могут быть: рост интенсивности отказов с течением времени, снижение остаточного срока службы, среднего срока службы между ремонтами, увеличение рассеивания значений характеристик и др.

4.2.2. Восстанавливаемый элемент

Процесс функционирования восстановительного элемента описывается как последовательность чередующихся интервалов работоспособности T_i и восстановления V_i (простоя) (рис. 4.10) – $T_1, V_1; T_2, V_2; \dots$

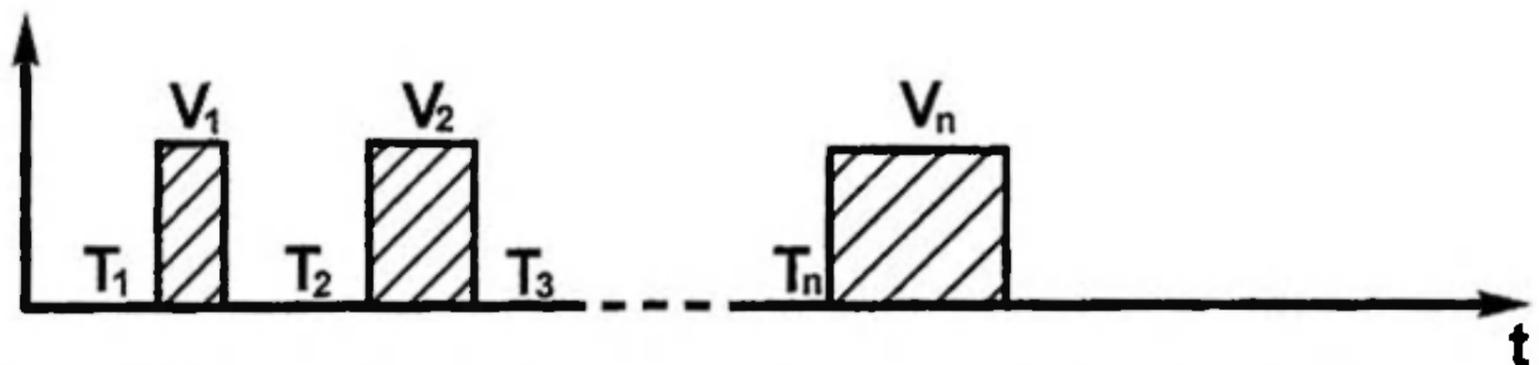


Рис. 4.10. Случайный процесс, соответствующий последовательности чередующихся интервалов работоспособности и восстановления элемента: T_i – отрезок времени работы; V_i – отрезок времени ремонта; $i=1, 2, \dots, n$ – число отказов

Моменты отказов или восстановлений $t_1 = T_1, t_2 = T_1 + T_2, \dots, t_n = T_1 + \dots + T_n, \dots$ образуют случайный поток, который называют процессом восстановления.

Основные показатели надёжности безотказной работы $F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$ и времени восстановления $F_v(t) = 1 - \exp(-\mu t)$ имеют следующий вид

$$\begin{aligned}
P(t_0) &= \exp(-\lambda t_0); \\
Q(t_0) &= 1 - \exp(-\lambda t_0); \\
T_{cp} &= 1/\lambda; \\
V_{cp} &= 1/\mu; \\
K_{\Gamma} &= \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{T_{cp}}{T_{cp} + V_{cp}} = 1 - \gamma; \\
K_{\Pi} &= \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{V_{cp}}{T_{cp} + V_{cp}} = \gamma,
\end{aligned}
\tag{4.5}$$

где $F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$ – экспоненциальный закон распределения времени между отказами; $F_e(t) = 1 - \exp(-\mu t)$ – экспоненциальный закон распределения времени восстановления; K_{Π} – коэффициент простоя; $\gamma = \lambda / \mu = V_{cp} / T_{cp}$.

Доказана теорема, согласно которой параметр потока отказов $\omega(t)$ восстанавливаемых элементов (систем) равен интенсивности отказов $\lambda(t)$ соответствующих невосстанавливаемых элементов (систем), если потоки отказов в обоих случаях являются простейшими. Поскольку при простейшем потоке интенсивность отказов остаётся величиной постоянной во времени, то и параметр потока отказов также не изменяется во времени, т. е.

$$\omega(t) = \lambda(t) = const.$$

При экспоненциальном распределении наработки между отказами

$$\omega(t) = \lambda(t) = const.$$

Следствие

Если поток отказов простейший, то промежутки времени между соседними отказами распределены по экспоненциальному закону с параметром, численно равным параметру потока отказов.

Различие между интенсивностью отказов и параметром потока отказов

Интенсивность отказов оценивает распределение времени безотказной работы невосстанавливаемых элементов (систем), а параметр

потока отказов – распределение промежутков времени между отказами восстанавливаемых элементов (систем).

При этом для простейшего потока отказов оба показателя оценки этих случайных величин равны. Поэтому и промежутки времени между соседними отказами распределены по экспоненциальному закону с параметром, равным параметру потока отказов.

Пример 4.4. Элемент имеет экспоненциальные законы распределения времени работы до отказа и времени восстановления с параметрами соответственно $\lambda = 12 \cdot 10^{-2} \text{ 1/год}$ и $\mu = 100 \text{ 1/год}$.

Требуется вычислить основные показатели надёжности.

Решение

1. Вероятность безопасной работы для $t_0 = 2 \text{ года}$:

$$P(2) = e^{-12 \cdot 10^{-2} \cdot 2} = 0,787.$$

2. Вероятность отказа за время $t_0 = 2 \text{ года}$:

$$Q(2) = 1 - 0,787 = 0,213.$$

3. Среднее время безотказной работы:

$$T_{cp} = 1 / (12 \cdot 10^{-2}) = 8,3 \text{ года}.$$

4. Среднее время восстановления:

$$V_{cp} = 1 / \mu = 1 / 100 = 0,01 \text{ года}.$$

5. Коэффициент готовности:

$$K_r = \mu / (\mu + \lambda) = 100 / (100 + 0,12) = 0,998.$$

6. Коэффициент простоя:

$$K_{п} = \lambda / (\mu + \lambda) = 0,12 / (100 + 0,12) = 0,002.$$

4.3. Примерный характер распределения отказов на протяжении срока службы восстанавливаемого объекта

Опыт эксплуатации показывает, что примерное усреднённое распределение отказов во времени восстанавливаемого объекта во многих случаях можно представить в виде графика (рис. 4.11).

Тогда срок службы восстанавливаемого объекта представим как последовательность трех основных периодов: приработки (1), периода нормального функционирования (2) и периода старения и износа (3).

Наличие периода приработки продолжительностью от 0 до $T_{п}$ считается установленным с заданной вероятностью, если параметр по-

тока отказов $\omega(t)$ уменьшается с ростом t до некоторого установившегося значения ω_0 .

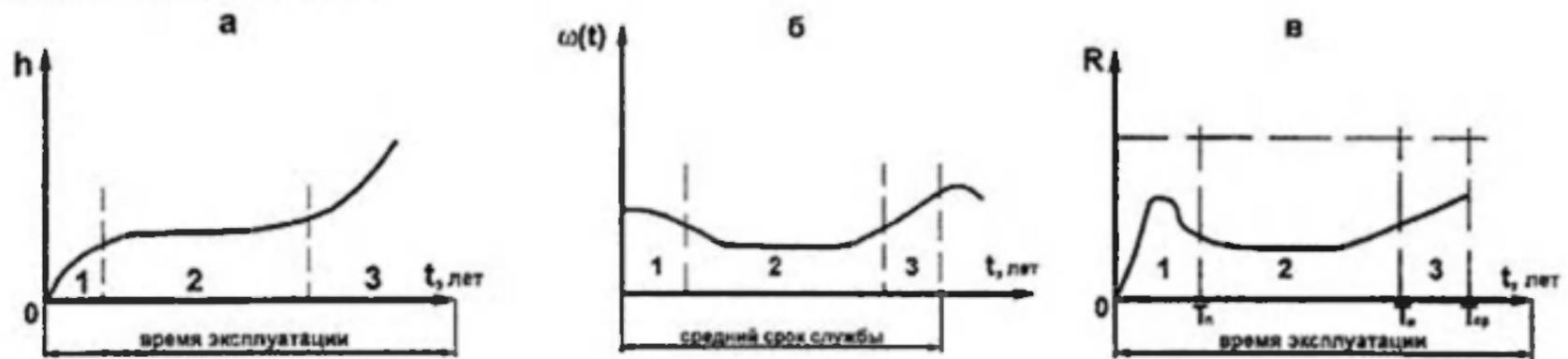


Рис. 4.11. Примерный характер распределения отказов и расходов по их устранению в функции срока службы восстанавливаемого объекта: а – характер и число отказов n ; б – параметр потока отказов $\omega(t)$, $1/\text{год}$; в – расходы R по устранению отказов, р./год ; 1 – период приработки $T_{\text{п}}$; 2 – период нормальной эксплуатации $T_{\text{п}}-T_{\text{и}}$; 3 – период износа $T_{\text{и}}$; $T_{\text{ср}}$ – средний срок службы объекта, лет

Признаками наличия приработки объясняется главным образом проявление в этот период скрытых дефектов производства.

Период нормальной эксплуатации является основным и продолжительным и зависит от вида деятельности изделия.

Для равных промежутков времени этого периода параметр потока внезапных отказов примерно одинаковый. Аналогичное положение и с постепенными отказами, связанными с заменой элементов конструкций и систем технических устройств, прослуживших свой срок. Налицо тем самым условие применимости экспоненциального распределения наработки на отказ.

Для описания нормального периода эксплуатации наибольшее значение имеет простейший поток событий (отказов, восстановлений и т.д.). Последний обладает тремя свойствами: стационарности, отсутствия последствия и ординарности.

Стационарность потока событий означает, что вероятность возникновения определенного числа событий за интервал времени длительностью τ (рис. 4.12) не зависит от того, где располагается на оси времени t этот интервал, а зависит только от длительности интервала. При этом очевидно, что большему интервалу соответствует в среднем большее число событий.

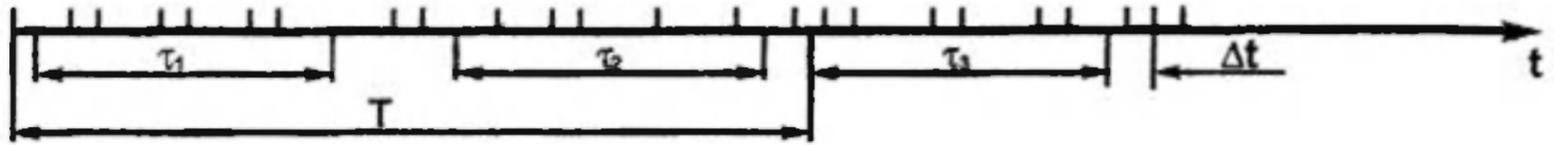


Рис. 4.12. К объяснению простейшего потока случайных событий (поток отказов, поток восстановлений и т.п.)

Условие стационарности для потока отказов обычно не наблюдается ни в период приработки, ни в период «массового старения» элементов (систем).

Отсутствие последействия означает, что характер «протекания» потока событий после любого момента времени (например, момент T на рис. 4.12) не зависит от того, как «протекал» поток до этого момента. Математически это означает, что условная вероятность появления «к» событий (отказов) за интервал времени $(T, T + \tau_3 -$ рис. 4.12), вычисленная при произвольных предположениях о наступлении событий до этого интервала, равна безусловной вероятности наступления событий за этот интервал, т.е.

$$P_k(\tau_3 / T) = P_k(\tau_3). \quad (4.6)$$

Ординарность потока событий означает, что за небольшой промежуток времени Δt маловероятно появление двух и более событий. Математически условие ординарности записывается так:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{>1}(\Delta t)}{\Delta t} = 0,$$

где $P_{>1}(\Delta t)$ – вероятность появления в интервале времени $(t, t + \Delta t)$ более одного события.

В третьем периоде, когда время использования объекта достигает значения $T_{и}$, начинает сказываться износ. С этого момента в результате массового появления процесса старения и механического изнашивания интенсивность отказов начинает заметно возрастать, потоки отказа не являются стационарными. Соответственно увеличиваются расходы на ремонт.

4.4. Надёжность систем с последовательным соединением элементов

В расчётах надёжности последовательным соединением называется такое, при котором отказ хотя бы одного из элементов приводит к отказу всего соединения в целом.

Структурная схема последовательного соединения элементов приведена на рис. 4.13.

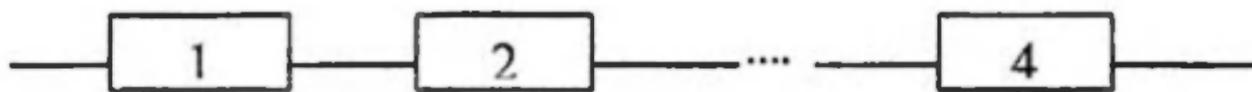


Рис. 4.13. Структурная схема последовательного соединения элементов

Классическим примером технической системы с последовательным соединением является любая статически определимая конструкция, где отказ одного из элементов всегда ведет к отказу всей конструкции. Разрушение (отказ) такой системы определяется разрушением наиболее слабого элемента.

Будем различать статические и динамические модели исследования надёжности систем.

Статические модели – это такие, в которых показатели надёжности элементов или подсистем рассматриваются в определённый, базовый момент времени.

Анализ надёжности систем с помощью статистических моделей представляет собой определённую форму предварительного анализа. Он используется обычно на этапе проектирования для оценки возможной структуры системы (объекта) и определения необходимых уровней надёжности подсистем и элементов. При таком анализе, требующем разбиения сложных систем на подсистемы или элементы, предполагается, что каждый элемент находится в одном из двух состояний: исправном или неисправном (отказ).

Динамические модели являются более общими, в них уровень надёжности зависит от времени.

В статических и динамических моделях для определения безотказной работы системы строят блок-схемы. Структура блок-схемы кон-

кретной системы зависит от выполняемых функций и может представлять собой соединение: последовательное либо параллельное; последовательно-параллельное либо параллельно-последовательное или более сложное.

Функциональная блок-схема системы предназначается для определения отказов по функциям и влияния отказов той или иной подсистемы на характеристики надёжности системы.

4.4.1. Система из независимых последовательно соединённых невозстанавливаемых элементов

Произвольное распределение времени работы до отказа

Предполагается, что все элементы системы (объекта) взаимно независимы, т.е. отказ любого элемента никак не зависит от состояния любых других элементов системы.

Кроме того, предполагается, что известны выражения для вероятности безотказной работы отдельных элементов $F_i(t)$ или оценки для этих функций.

Если система состоит из n отдельных элементов с показателями безотказности $P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t)$, то вероятность безотказной работы системы $P_S(t)$ за время t находят по формуле

$$P_S(t) = P_1(t)P_2(t)\dots P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t). \quad (4.7)$$

Чем больше число элементов n , тем при прочих равных условиях ($P_i(t) = \text{const}$) меньше вероятность безотказной работы систем P_S .

Среднюю наработку системы до отказа (математическое ожидание наработки до отказа) найдем по формуле

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t)dt \quad (4.8)$$

или по формуле

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} tf(t)dt, \quad (4.9)$$

где $f(t)$ – плотность распределения наработки системы до отказа; в общем случае $t \geq 0$, а при $t < 0$ принимается $f(t) = 0$.

Функцию распределения наработки до отказа определяют по формуле

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt = Q_s(t), \quad (4.10)$$

где $Q_s(t)$ – вероятность отказа системы за время t .

Вероятность безотказной работы системы в течение наработки t находят по формуле

$$P_s(t) = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = 1 - Q_s(t). \quad (4.11)$$

Время работы до отказа системы из n последовательно соединенных невосстанавливаемых элементов определяется минимальным значением времени безотказной работы ее элементов, т.е.

$$T_s \leq \min\{T_i\}, \quad 1 \leq i \leq n, \quad (4.12)$$

где T_s – время работы системы до отказа; T_i – время работы до отказа i -го элемента.

Иначе говоря, время работы до отказа системы из n последовательно соединенных невосстанавливаемых элементов не может быть больше времени безотказной работы самого ненадежного элемента.

Основные динамические модели (показатели) надежности для систем из последовательно соединенных невосстанавливаемых элементов при произвольных распределениях времени работы до отказа, т. е. при произвольных функциях $P_i(t)$, имеют вид

$$P_s(t_0) = \prod_{i=1}^n P_i(t_0);$$

$$Q_s(t_0) = 1 - \prod_{i=1}^n P_i(t_0);$$

$$\begin{aligned}
 P_s(t, t+t_0) &= \begin{cases} = \prod_{i=1}^n P_i(t, t+t_0), \text{ или} \\ = \frac{\prod_{i=1}^n P_i(t+t_0)}{\prod_{i=1}^n P_i(t)}, \text{ или} \\ = \frac{P_s(t+t_0)}{P_s(t)}; \end{cases} & (4.13) \\
 Q_s(t, t+t_0) &= \begin{cases} = 1 - \prod_{i=1}^n P_i(t, t+t_0) \\ = 1 - \frac{P_s(t+t_0)}{P_s(t)}; \end{cases} \\
 T_{cp} &= \int_0^{\infty} P_s(t) dt.
 \end{aligned}$$

В отличие от динамических моделей их статические аналоги примут вид

$$P_s = \prod_{i=1}^n P_i; \quad Q_s = 1 - \prod_{i=1}^n P_i. \quad (4.14)$$

Если для всех подсистем значения $Q_i = const$ одинаковы, то

$$P_s = (1 - Q)^n. \quad (4.15)$$

Нормальное распределение

Плотность распределения наработки системы до отказа имеет вид

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}\right], \quad t \geq 0,$$

где a и σ – параметры распределения, $a > 0$, $\sigma > 0$, $\sigma/a < 0,25$.

Последнее условие является необходимым, если для положительной случайной величины вместо усечённого нормального распределения приближенно использовать нормальное распределение.

Вероятность безотказной работы находят по формуле

$$P_s(t) = F_0\left(\frac{a-t}{\sigma}\right). \quad (4.16)$$

Значения вероятности безотказной работы в зависимости от $x = (a - t) / \sigma$ приведены в специальных таблицах.

Среднюю наработку до отказа находят по формуле

$$T_{cp} = a. \quad (4.17)$$

Вероятность отказа системы за время t находят по формуле

$$Q_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^n P_i(t). \quad (4.18)$$

Вероятность безотказной системы в интервале времени от t до $t + t_0$ определим по формуле

$$P_s(t, t + t_0) = P_s(t + t_0) / P_s(t). \quad (4.19)$$

Тогда вероятность отказа системы в интервале времени от t до $t + t_0$ находим по формуле

$$Q_s(t, t + t_0) = 1 - P_s(t, t + t_0) = 1 - \prod_{i=1}^n P_i(t, t + t_0). \quad (4.20)$$

Если наработка системы до отказа распределена по нормальному закону с параметрами T_{cp} и σ , то наработка, отвечающая вероятности безотказной работы β , находится по уравнению

$$t_\beta = T_{cp} - U_\beta \sigma, \quad (4.21)$$

где U_β – квантиль нормального распределения, отвечающий вероятности β .

Интенсивность отказов системы, имеющей нормальное распределение наработки до отказа, находят по формуле

$$\lambda(t) = \frac{1}{\sigma} f_1\left(\frac{a-t}{\sigma}\right), \quad (4.22)$$

где $f_1(y)$ – табулированная функция.

Пример 4.5.

Наработка невосстанавливаемой системы до отказа подчиняется нормальному распределению с параметрами $a = 50$ мес и $\sigma = 7,5$ мес.

Требуется найти:

- 1) вероятность безотказной работы для $t = 30$ мес;
- 2) среднюю наработку до отказа;
- 3) наработку на отказ, отвечающую вероятности $\beta = 0,9$;

4) интенсивность отказов для ряда значений наработки:
 $t = 5 \text{ мес}$, $t = 12 \text{ мес}$, $t = 25 \text{ мес}$.

Решение

1. Вероятность безотказной работы за время $t = 30 \text{ мес}$:

$$P(30) = F_0\left(\frac{50 - 30}{7,5}\right) = 0,996.$$

2. Средняя наработка до отказа составит:

$$T_{cp} = 50 \text{ мес}.$$

3. Нарботка на отказ, отвечающая вероятности $\beta = 0,9$, имеет вид

$$t_{0,9} = 50 - 1,282 \cdot 7,5 = 40,37 \text{ мес}.$$

4. Интенсивность отказов:

для $t = 5 \text{ мес}$

$$\lambda(5) = \frac{1}{7,5} f_1\left(\frac{50 - 5}{7,5}\right) = 8,1 \cdot 10^{-10} \text{ 1/мес};$$

для $t = 12 \text{ мес}$

$$\lambda(12) = \frac{1}{7,5} f_1\left(\frac{50 - 12}{7,5}\right) = 12 \cdot 10^{-8} \text{ 1/мес};$$

для $t = 25 \text{ мес}$

$$\lambda(25) = \frac{1}{7,5} f_1\left(\frac{50 - 25}{7,5}\right) = 22,9 \cdot 10^{-5} \text{ 1/мес}.$$

4.4.2. Система из независимых последовательно соединённых восстанавливаемых элементов

Восстанавливаемая система – это такая, работоспособность которой в случае возникновения отказа или повреждения подлежит восстановлению. Каждый элемент характеризуется функцией распределения времени пребывания в работоспособном состоянии, интенсивностью отказов или параметром потока отказов.

Если отдельные элементы системы имеют произвольное распределение до отказа, а при отказе системы восстанавливается только отказавший элемент, то время работы системы до первого отказа будет отличаться от времени работы между первым и вторым отказом и т.д. При этом будут отличаться не только средние значения интервалов безотказной работы, но и законы распределения соответствующих случайных величин.

Определение показателей безотказности

Общая теория надёжности позволяет выделить правила расчёта показателей безотказности восстанавливаемых систем (без резервирования): наработку на отказ T_s и вероятности безотказной работы $P_s(t, t_0)$ в интервале времени (t, t_0) , где t – момент начала работы объекта, а t_0 – длительность безотказной работы элементов. Исходными данными для расчёта (оценки) показателей безотказности объекта являются параметры законов распределения времени безотказной работы элементов (экспоненциального, логарифмически нормального и др.) с учётом конкретных условий и особенностей эксплуатации рассчитываемого объекта (табл. 4.2).

Правила расчёта показателей безотказности восстанавливаемой системы состоят в следующем:

1. Составляют номенклатуру элементов системы, показатели безотказности которой требуется определить.
2. Выписывают параметры закона распределения времени безотказной работы каждого элемента.
3. Определяют наработку на отказ системы T_s :
 - а) по формулам табл. 4.2 рассчитывают наработку на отказ T_i элементов i -го типа;
 - б) наработку на отказ системы T_s определяют по формуле

$$T_s = \left[\sum_{i=1}^N \frac{n_i}{T_i} \right]^{-1}, \quad (4.23)$$

где N – число типов элементов в системе; n_i – число элементов i -го типа в системе.

4. Рассчитывают вероятность безотказной работы системы в интервале времени $(t, t + t_0)$:
 - а) по формулам табл. 4.2 определяют вероятность безотказной работы элементов $P_i(t + t_0)$;
 - б) вероятность безотказной работы $P_s(t, t_0)$ системы вычисляют по формуле

$$P_s(t, t_0) = \prod_{i=1}^N P_i^{n_i}(t, t_0), \quad (4.24)$$

где N – число типов элементов в системе; n_i – число элементов i -го типа в системе.

Формулы расчёта показателей безотказности

Закон распределения		Показатели безотказности	
Наименование	Плотность $f(t)$	Наработка на отказ T_i	Вероятность безотказной работы в интервале $(t, t + t_0)$
Нормальный	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}\right]$ $a > 0, \sigma > 0$ $3\sigma < a, \frac{\sigma}{a} = V$	$\frac{1}{\sum_{k=1}^{\infty} F_0\left(\frac{t-ka}{\sigma\sqrt{k}}\right)}$	$1 - \int_0^{t_0/a} F_0\left(\frac{1-x}{V}\right) dx$
Логарифмически нормальный	$\frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln t - a)^2}{2\sigma^2}\right]$ $a > 0, \sigma > 0$	$\exp\left(a + \frac{\sigma^2}{2}\right)$	$1 - \exp\left[-\left(a + \frac{\sigma^2}{2}\right)\right] \times$ $\times \int_0^{t_0} F_0\left(\frac{a - \ln x}{\sigma}\right) dx$
Экспоненциальный	$\lambda \exp(-\lambda t), \lambda > 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$\exp(-\lambda t)$

Физическая сущность формулы (4.23) состоит в том, что в силу предположений о независимости отказов элементов, составляющих систему, поток отказов системы $\lambda_s(t)$ за время наработки является суммой потоков отказа ее элементов и что эти отказы приводят к отказам системы, т.е.

$$\lambda_s(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t), \quad (4.25)$$

где $\lambda_i(t)$ – интенсивность отказов элементов i -го типа.

Заданной либо измеренной суммарной наработке соответствует математическое ожидание числа отказов восстанавливаемой системы.

Из формул (4.23) и (4.24) следует, что наработка на отказ и вероятность безотказной работы системы из последовательно соединенных восстанавливаемых элементов (без резервирования) меньше аналогичных показателей любого элемента системы, т.е.

$$\begin{aligned} T_s(t, t_0) &\leq \min_{1 \leq i \leq n} \{T_i(t, t_0)\}; \\ P_s(t, t_0) &\leq \min_{1 \leq i \leq n} \{P_i(t, t_0)\}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Поскольку наработка может изменяться в единицах времени, то для непрерывно функционирующих систем значения средней наработки на отказ совпадают со значениями среднего срока службы на отказ.

4.5. Надёжность систем с параллельным соединением элементов

Один из способов повышения надёжности объектов – введение в систему избыточных элементов или подсистем. Этот метод называют резервированием. Различают различные способы резервирования. Схема простейшего способа показана на рис. 4.14. Вместо одного элемента, достаточного для выполнения функций, в систему введено n элементов.

В расчётах надёжности параллельным соединением (системой) называется такое, для которого необходимым и достаточным условием отказа является отказ всех элементов (подсистем). Параллельную систему рассматривают так же, как частный вид структурно-резервированной системы, все элементы (подсистемы) которой включены постоянно, и система работает до тех пор, пока работоспособным остается хотя бы один элемент (подсистема).

Примерами параллельного соединения являются системы, работающие на общую нагрузку N : двигатели самолета, генераторы гидроэлектростанций, насосы станции водоснабжения, несколько параллельно включённых водоводов системы водоснабжения и др.

В этих и подобных случаях систем с нагруженным резервом отказ одного элемента (подсистемы) не приводит к отказу всей системы, хотя и сопровождается спадом функционирования – снижением качества и эффективности работы системы.

Блок-схема для анализа надёжности систем с параллельным соединением показана на рис. 4.14.

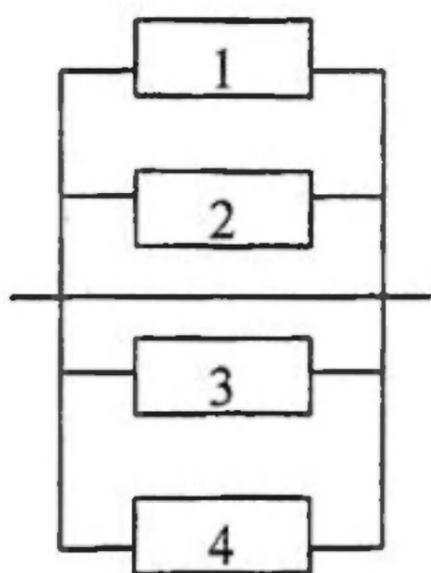


Рис. 4.14. Блок-схема с параллельным соединением элементов

Во многих случаях используются другие способы параллельного соединения – по схеме ненагруженного резерва и с распределением нагрузки.

Система с ненагруженным резервом представляет собой систему с параллельным соединением подсистем (элементов), в которой в каждый момент времени работает только одна подсистема. Когда работающая подсистема отказывает, то включается другая подсистема. Одной из форм ненагруженного резерва является обеспечение системы запасными частями.

4.5.1. Системы с нагруженным резервом при экспоненциальном распределении наработки элементов до отказа

Рассмотрим частный случай системы с нагруженным резервом, в которой каждая подсистема (элемент) имеет экспоненциальное распределение наработки до отказа.

Для i -й подсистемы вероятность безотказной работы в течение времени t имеет вид

$$P_i(t) = e^{-\lambda_i t}, \quad t \geq 0, \quad (4.27)$$

где λ – интенсивность отказов.

Тогда вероятность безотказной работы системы определим как

$$P_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda_i t}). \quad (4.28)$$

Следует отметить, что в данном случае (т.е. при параллельном соединении подсистем) распределение наработки системы до отказа не является экспоненциальным, хотя подсистемы имеют экспоненциальное распределение.

Если все подсистемы одинаковые, т.е. $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = \lambda$, то

$$P_s(t) = 1 - Q_s^n(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n. \quad (4.29)$$

Пример 4.6.

Требуется определить вероятность безотказной работы систем $P_s(t)$, состоящих из двух, трех и четырех однотипных постоянно включённых подъёмников, если отказы подъёмников независимы, а распределение их времени безотказной работы гипотетически подчиняется экспоненциальному закону.

Решение

По формуле (4.29) найдём вероятность безотказной работы систем из двух, трёх и четырёх подъёмников соответственно:

$$P_s^{(2)} = 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t};$$

$$P_s^{(3)} = 3e^{-\lambda t} - 3e^{-2\lambda t} + e^{-3\lambda t};$$

$$P_s^{(4)} = 4e^{-\lambda t} - 6e^{-2\lambda t} + 4e^{-3\lambda t} - e^{-4\lambda t}.$$

Тогда среднее время безотказной работы $\bar{T}_{cp}^{(2)}$ систем из двух подъёмников определим по формуле

$$T_{cp}^{(2)} = \int_0^{\infty} P_s^{(2)}(t) dt = \int_0^{\infty} 2e^{-\lambda t} dt - \int_0^{\infty} e^{-2\lambda t} dt = 2 \cdot \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} = \frac{3}{2\lambda} = 1,5T_0,$$

где $T_0 = 1/\lambda$ – среднее время безотказной работы элемента (подъёмника) при экспоненциальном распределении наработки на отказ.

Аналогично найдём T_{cp} для систем из трёх и четырёх подъёмников:

$$T_{cp}^{(3)} = \frac{3}{\lambda} - \frac{3}{2\lambda} + \frac{1}{3\lambda} = \frac{11}{6\lambda} = 1,83T_0;$$

$$T_{cp}^{(4)} = \frac{4}{\lambda} - \frac{6}{2\lambda} + \frac{4}{3\lambda} - \frac{1}{4\lambda} = \frac{25}{12\lambda} = 2,08T_0.$$

В общем виде для n одинаковых элементов (подсистем), работающих параллельно, получаем:

$$T_{cp}^n = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{3\lambda} + \dots + \frac{1}{n\lambda}$$

или

$$T_{cp} = T_0 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) = T_0 \sum_{i=1}^n \frac{1}{i},$$

где $T_0 = \frac{1}{\lambda}$.

При большом n

$$T_{cp} \approx \frac{1}{\lambda} [\ln(n) + C],$$

где $C = 9,577\dots$ – постоянная Эйлера.

4.5.2. Модели безотказности систем с распределением нагрузки

В системе с распределением нагрузки по параллельным элементам при проявлении отказа увеличивается интенсивность отказов элементов, продолжающих работать. Практически это имеет место и в рассмотренной системе, поскольку с каждым отказом одного подъёмника увеличивается нагрузка на другой или другие подъёмники. Поэтому с каждым последовательным отказом увеличивается интенсивность отказов, а система с распределением нагрузки при параллельном соединении элементов фактически является динамической, а не статической моделью.

Одной из форм структурного резервирования является система « r » из « n ». В такой системе имеется n параллельно соединённых элементов, причём, чтобы система продолжала работать безотказно, должны сохранять работоспособность не менее r элементов.

Примером такой формы структурного резервирования являются несущие канаты кабины и противовеса подъёмника.

Вероятность безотказной работы системы « r » из « n » имеет вид

$$P_s = \sum_{x=r}^n \binom{n}{x} P^x (1-P)^{n-x},$$

где P – вероятность безотказной работы элемента (подсистемы), предлагаемая одинаковой для всех подсистем; n – общее число параллельно соединённых элементов (подсистем); r – наименьшее число элементов, которые должны сохранять работоспособность для того, чтобы система продолжала работать безотказно; x – число рассматриваемых отказов (отказавших элементов); $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$ – число способов появления x отказов.

Например, если $n = 5$ и $x = 2$, то имеем $\binom{5}{2} = 10$ способов появления отказов, когда выходят из строя два элемента (подсистемы), а общее число различных способов появления отказов равно:

$$\sum_{x=0}^n \binom{n}{x} = 2^n.$$

4.6. Сочетание параллельного и последовательного соединений элементов

Последовательно-параллельным соединением называют последовательное соединение нескольких подсистем параллельно соединённых элементов (рис. 4.15).

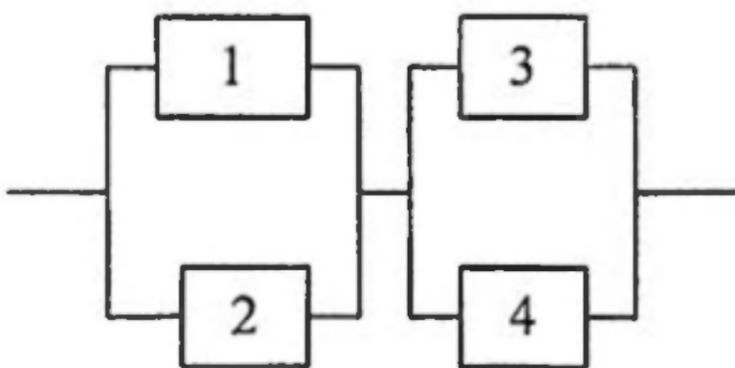


Рис. 4.15. Система с последовательно-параллельным соединением элементов 1-4

Для вычисления надёжности такой системы вначале объединяют параллельно соединённые элементы подсистемы, а затем рассматривают последовательное соединение эквивалентных элементов.

Пример 4.7.

Под элементами будем понимать насосы, устанавливаемые на насосной станции водоснабжения.

Пусть, например, известны показатели надёжности элементов:

$P_1 = 0,95$, $P_2 = 0,9$, $P_3 = 0,85$, $P_4 = 0,92$. Тогда вероятность безотказной работы последовательно соединенных эквивалентных элементов определим в виде

$$P_s(t) = 1 - Q_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i(t)); \quad P_{12} = 1 - 0,05 \cdot 0,1 = 0,995;$$

$$P_{34} = 1 - 0,15 \cdot 0,08 = 0,988.$$

Вероятность безотказной работы системы равна:

$$P_s(t) = P_1(t)P_2(t) \dots P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t);$$

$$P^{(1)} = 0,995 \cdot 0,988 = 0,931 \begin{cases} < 0,995 \\ < 0,988 \end{cases}.$$

Параллельно-последовательным соединением будем называть параллельное соединение нескольких подсистем последовательно соединённых элементов (рис. 4.16).

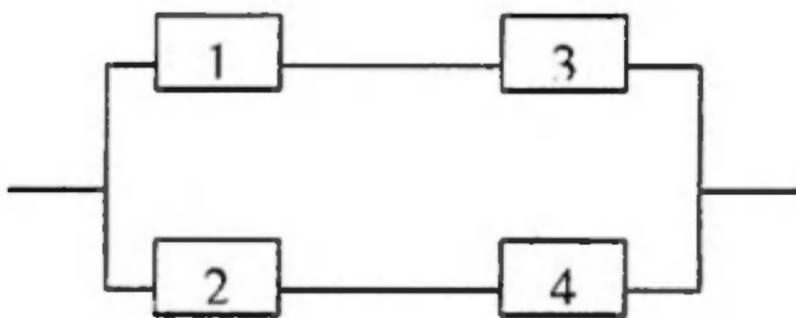


Рис. 4.16. Система с параллельно-последовательным соединением элементов 1-4

В этом случае вначале объединяются последовательно соединённые элементы подсистем, а затем рассматриваются параллельно соединённые эквивалентные элементы.

Пусть элементы имеют такую же надёжность (безотказность), как и в предыдущем примере. Вероятность безотказной работы параллельно соединённых эквивалентных элементов равна:

$$P_{13} = 0,95 \cdot 0,85 = 0,808 \quad \text{и} \quad P_{24} = 0,9 \cdot 0,92 = 0,828.$$

Тогда вероятность безотказной работы системы:

$$P_s^{(2)} = 1 - (1 - P_{13}) \cdot (1 - P_{24}) = 1 - 0,192 \cdot 0,172 = 1 - 0,033 = 0,967.$$

5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЁЖНОСТЬ

5.1. Значение и виды испытаний на надёжность

Испытания на надёжность являются необходимым этапом проектирования и изготовления оборудования и должны проводиться с целью обнаружения и устранения непредвиденных отказов, получения числовых значений показателей надёжности, определения соответствия готовых изделий заданным требованиям, выдачи рекомендаций по повышению надёжности.

Различают испытания на надёжность:

- определённые. Цель – получение оценки показателей надёжности;
- контрольные. Цель – проверка соответствия техническим условиям показателей надёжности изделий.

Испытания на надёжность могут проводиться на натуральных образцах в лабораториях, с сериями изделий на заводских полигонах, на реально работающем оборудовании в условиях горного предприятия.

Испытания на надёжность проводят в соответствии с методиками испытаний, базирующимися на государственных, отраслевых стандартах и стандартах предприятия.

5.2. Планы испытаний на надёжность

В табл. 5.1 приведены характеристики девяти наиболее часто применяемых простых планов наблюдений (испытаний) на надёжность. Их можно подразделить на три группы.

Таблица 5.1

Характеристика планов наблюдений (испытаний) на надёжность

Номер планов j	Индекс плана j ; выражение m_j ; выражение S_j	Описание плана
1	2	3
	Планы для невозстанавливаемых изделий, из которых отказавшие во время наблюдений (испытаний) не заменяются новыми	

Продолжение табл. 5.1

1	2	3
1	$[NUN];$ $m_1 = N;$ $S_1 = \sum_{i=1}^{m_1} t_i$	Наблюдениям подлежат N изделий; наблюдения прекращают, когда число отказавших изделий достигнет N
2	$[NUT];$ $0 < m_2 < N;$ $S_2 = \sum_{i=1}^{m_2} t_i + (N - m_2)T$	Наблюдениям подлежат N изделий; наблюдения прекращают по истечении времени T
3	$[NUR];$ $m_3 = r > 0;$ $S_3 = \sum_{i=1}^{m_3} t_i + (N - m_3)t_r$	Наблюдениям подлежат N изделий; наблюдения прекращают, когда число отказавших объектов достигнет r
4	Планы для невозстановливаемых изделий, из которых отказавшие во время наблюдений (испытаний) заменяются новыми $[NRT];$ $0 \leq m_4 \leq N;$ $S_4 = NT$	Наблюдениям подлежат N изделий; наблюдения прекращают по истечении времени T
5	$[NRr];$ $m_5 = r > 0;$ $S_5 = Nt_r$	Наблюдениям подлежат N изделий; наблюдения прекращают, когда число отказавших объектов достигнет r
6	Планы для невозстановливаемых изделий, из которых после каждого отказа работоспособность изделия восстанавливается $[NMT];$ $m_6 > 0;$ $S_6 = NT$	Наблюдениям подлежат N изделий; каждое изделие наблюдается до наработки T

Продолжение табл. 5.1

1	2	3
7	$[NMr]$; $m_7 = Nr > 0$; $S_7 = \sum_{i=1}^N t_{r_i}$	Наблюдениям подлежат N изделий; каждое изделие наблюдается до восстановления у него r отказов
8	$[NMr_\Sigma]$; $m_8 = r_\Sigma > 0$; $S_8 = \sum_{i=1}^N t'_i$	Наблюдениям подлежат N изделий; наблюдения прекращают при возникновении суммарного числа r_Σ отказов всех изделий
9	$[NMT_\Sigma]$; $m_9 \geq 0$; $S_9 = T_\Sigma$	Наблюдениям подлежат N изделий; испытания прекращают при получении T_Σ – суммарной наработки всех изделий

Примечания:

1. В планах 2-5 параметр λ экспоненциального распределения называется интенсивностью отказов.

2. В планах 6-9 имеет место простейший поток отказов.

3. S_j – суммарная наработка всех изделий за время наблюдений по j -му плану; m_j – суммарное число отказов за время наблюдений; t_i – наработка i -го изделия до отказа; t_{r_i} – наработка i -го изделия до r -го отказа; t'_i – наработка i -го объекта полностью за время испытаний.

4. При наблюдениях за невосстанавливаемыми изделиями по плану $[NUr]$ при $r = N$ и за восстанавливаемыми изделиями по плану $[NMr]$ при любом r получают полностью определенные выборки значений t_i . При остальных планах наблюдений за невосстанавливаемыми и восстанавливаемыми изделиями получают, как правило, не полностью определённые выборки.

В табл. 5.2 приведены рекомендации по применению планов наблюдений.

Таблица 5.2

Рекомендации по применению планов наблюдений

План наблюдения	Показатели надёжности	Распределение случайной величины
$[NUN]$	Средняя наработка до отказа, средний ресурс, средний срок службы, гамма-процентный ресурс, гамма-процентный срок службы, вероятность безотказной работы	Вейбулла, экспоненциальное, нормальное, логарифмически нормальное
$[NUr]$	Гамма-процентный ресурс, гамма-процентный срок службы, вероятность безотказной работы	Неизвестное
$[NUT]$	Средняя наработка до отказа, средний ресурс, средний срок службы	Вейбулла, экспоненциальное, нормальное
$[NRr], [NRT]$	Средняя наработка до отказа	Экспоненциальное
$[NMr]$	Средняя наработка на отказ, коэффициент готовности	Неизвестное
$[NMT]$	Средняя наработка на отказ	Экспоненциальное

Примечания:

- планы с индексом U , т.е. планы наблюдений невосстанавливаемых изделий, согласно которым отказавшие во время наблюдений изделия не заменяются новыми;

- планы с индексом R , т.е. планы наблюдений невосстанавливаемых изделий, согласно которым отказавшие во время наблюдений изделия заменяются новыми;

- планы с индексом M , т.е. планы наблюдений восстанавливаемых изделий, согласно которым после каждого отказа работоспособность изделия восстанавливается.

Определение точечных оценок параметров экспоненциального
закона распределения

Функция плотности вероятности имеет вид

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \text{ при } t \geq 0, \quad (5.1)$$

где $a = 1/\lambda$ – среднее значение случайной величины t .

Оценку среднего значения a случайной величины t будем обозначать \hat{t} , а оценку параметра λ будем обозначать $\hat{\lambda}$.

Выражения для оценок \hat{t} и $\hat{\lambda}$ приведены в табл. 5.3.

Таблица 5.3

Выражения для оценок \hat{t} и $\hat{\lambda}$

Случай	\hat{t}	$\hat{\lambda}$
1. Полностью определённая выборка	Несмещённая оценка $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$	Несмещённая оценка при $n > 1$ $(n-1) : \sum_{i=1}^n t_i$ Смещённая оценка при $n = 1$ $\frac{1}{t_1}$
2. Испытания по планам [NRT], [NMT], [NMT _Σ]	Смещённая оценка при $m > 0$ $\frac{S}{m}$	Несмещённая оценка $\frac{m}{S}$
3. Испытания по плану [NUT]	Смещённая оценка при $m > 0$ $\frac{S}{m}$	Смещённая оценка $\frac{m}{S}$
4. Испытания по планам [NRr], [NUr], [NMr]	Несмещённая оценка при $m > 0$ $\frac{S}{m}$	Несмещённая оценка при $m > 1$ $(m-1) / S$ Смещённая оценка при $m = 1$ $\frac{1}{S}$

Примечание: S – суммарная наработка всех изделий за время на-

блюдений (испытаний); m – суммарное число отказов всех изделий за время наблюдений (испытаний).

Если имеется несколько полностью определённых выборок любого объёма из одной и той же генеральной совокупности, то несмещённую оценку \hat{t} можно определить по уравнению

$$\hat{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i, \quad (5.2)$$

объединив все эти выборки в одну общую выборку.

Если имеются результаты нескольких серий испытаний объектов из одной и той же генеральной совокупности по одному и тому же плану, то можно получить общую оценку \hat{t} по всем этим испытаниям, используя уравнение

$$\hat{t} = \frac{S}{m}. \quad (5.3)$$

При этом (5.2) и (5.3) будут относиться ко всей совокупности результатов испытаний.

Точечную оценку $\hat{\lambda}$ для параметра λ вычисляют по формулам табл. 5.4 в зависимости от плана наблюдения.

Таблица 5.4

Формулы для определения точечных оценок параметра λ

Номер плана	Планы наблюдений	Оценки $\hat{\lambda}$
1	2	3
1	$[NUN]$	$\frac{N-1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$
2	$[NUT]$	$\frac{d}{\sum_{i=1}^d t_i + (N-d)T}$

Продолжение табл. 5.4

1	2	3
3	$[NUr]$	$\frac{r-1}{\sum_{i=1}^r t_i + (N-r)t_r}$
4	$[NRT]$	$\frac{d}{NT}$
5	$[NRr]$	$\frac{r-1}{Nt_r}$

Примечания: N – число изделий, поставленных под наблюдение; T – установленная продолжительность наблюдений; d – число отказов за время T ; r – число отказов, до получения которых проводятся наблюдения; t_r – наработка изделия для получения r отказов.

Планы испытаний надёжности очистного оборудования

Для оценки безотказности и ремонтпригодности деталей используется план наблюдений $[N, R, r]$, т.е. наблюдениям подлежат N объектов; после каждого отказа работоспособность отказавшего объекта восстанавливается, наблюдения ведутся до возникновения отказов с учётом всех объектов.

Для оценки долговечности машин используется план наблюдения $[N, U, N]$, т.е. наблюдения ведутся за N объектами до возникновения предельного состояния у всех объектов.

Показатели надёжности оцениваются для отдельных машин с относительной ошибкой $\delta = 0,1$ при доверительной вероятности $\beta = 0,8$, для основных сборочных единиц соответственно с $\delta = 0,2$ и $\beta = 0,8$.

5.3. Информация о надёжности по результатам испытаний

В соответствии с ГОСТом информация о надёжности в виде первичных донесений (об отказах, восстановлении) должна содержать адресные данные об изделии: наименование, марку, заводской номер, предприятие-изготовитель, ремонтное предприятие, эксплуатирующее предприятие, даты выпуска, ремонта изделия.

Данные об отказе (восстановлении) должны содержать дату, наработку, внешние проявления отказов, причину отказов, условия эксплуатации и режимы работы, время, трудоёмкость восстановления, адресные данные об отказавших сборочных единицах.

Информация об испытаниях подвергается качественному и количественному анализу, который включает:

- отсеивание недостоверной информации;
- проверку однородности информации (не допускается объединять и обрабатывать данные, полученные в существенно различных условиях);
- статистическую обработку информации с целью определения оценок показателей надёжности (см. разд. 3) и статистических моделей (см. разд. 2);
- отбор данных для решения задач усовершенствования изделий; повышения за счёт конструктивного усовершенствования технологии изготовления, сборки, контроля испытаний, направленных на обеспечение и повышение надёжности.

6. ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЁЖНОСТИ НА СТАДИЯХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ, ИЗГОТОВЛЕНИЯ И ЭКСПЛУАТАЦИИ

В технических условиях и технических заданиях на разработку изделий горного оборудования в качестве основных требований задаются значения показателей надёжности.

При проектировании изделий производится оценка (расчёт) показателей надёжности с помощью методов, изложенных в разд. 4.

Основные этапы расчёта надёжности на стадии проектирования:

- определение норм надёжности на стадии разработки технического задания;
- ориентировочный расчёт при составлении эскизного проекта;
- полный расчёт надёжности с учётом режимов работы элементов и других факторов, воздействующих на изделие;
- окончательный расчёт с принятием дополнительных факторов, зависящих от конкретных схемных и конструктивных решений.

Достоверность расчётов надёжности обуславливается:

- принятым законом распределения отказов;
- выбором величины интенсивности или параметра потока отказов, среднего времени между отказами;
- полным учётом факторов, влияющих на надёжность аппаратуры (режимы работы, окружающая среда, вибрация и т.д.);
- изменением надёжности в период хранения и транспортировки оборудования.

На этапе проектирования обеспечение надёжности достигается: за счёт создания надёжных элементов и узлов изделий; учёта режимов и условий эксплуатации; применения упрощённых схем, имеющих меньшее число элементов; использования резервирования наиболее ответственных элементов и узлов; повышения ремонтпригодности изделий; унификации и стандартизации изделий.

На этапе изготовления обеспечение надёжности осуществляется:

- совершенствованием технологии изготовления, обеспечением при изготовлении требуемых качеств изделий;
- испытанием и тренировкой комплектующих и изделий в целом, обеспечивающими снижение приработанных отказов;
- статистическим контролем качества изготовления.

На этапе эксплуатации для обеспечения надёжности осуществляют:

- сбор информации о надёжности эксплуатирующегося оборудования, его обобщение и разработку мероприятий по повышению надёжности;
- разработку системы оптимальной профилактики с целью повышения показателей надёжности;
- повышение квалификации обслуживающего персонала.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Байхельт Ф. Надёжность и техническое обслуживание. Математический подход / Ф. Байхельт, П. Франкен. – М.: Радио и связь, 1988. – 392 с.
2. Вопросы математической теории надёжности / Е.Ю. Барзилович, Ю.К. Беляев, В.А. Каштанов и др. – М.: Радио и связь, 1983.– 376 с.
3. Солод В.И. Надёжность горных машин и комплексов / В.И. Солод, В.Н. Гетопанов, И.Л. Шильберг. – М.: Изд-во Моск. горн. ин-та, 1972. – 198 с.
4. Кубачек В.Р. Основы надёжности горных машин / В.Р. Кубачек, Л.Г. Куклин. – Свердловск: Изд-во СГИ им. В.В. Вахрушева, 1982.– 72 с.
5. Предупреждение разрушения деталей забойного оборудования / Н.Б. Шубина, Б.Г. Грязнов, И.М. Шахтин и др. – М.: Недра, 1985.– 215 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ НАДЁЖНОСТИ.....	6
1.1. Задачи теории надёжности.....	6
1.2. Общие понятия	6
1.3. Объект, элемент, система	7
1.4. Состояние объекта	7
1.5. Переход объекта в различные состояния	8
1.6. Причины и физическая природа отказов	9
2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОТКАЗОВ.....	14
2.1. Основные понятия и определения.....	14
2.2. Распределение вероятностей времени безотказной работы.	15
2.3. Модели внезапных отказов.....	16
2.4. Модели постепенных отказов.....	18
2.5. Модели комбинированных отказов.....	20
3. ПОКАЗАТЕЛИ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ НАДЁЖНОСТИ.....	22
3.1. Общие сведения и определения	22
3.2. Невосстанавливаемые объекты.....	23
3.3. Восстанавливаемые объекты	28
3.4. Показатели надёжности для очистных механизированных комплексов.....	36
4. РАСЧЁТ НАДЁЖНОСТИ.....	38
4.1. Целевое назначение и классификация.....	38
4.2. Надёжность элемента.....	39
4.2.1. Невосстанавливаемый элемент.....	40
4.2.2. Восстанавливаемый элемент.....	50
4.3. Примерный характер распределения отказов на протяжении срока службы восстанавливаемого объекта.....	52
4.4. Надёжность систем с последовательным соединением элементов.....	55
4.4.1. Система из независимых последовательно соединённых восстанавливаемых элементов.....	56
4.4.2. Система из независимых последовательно соединённых восстанавливаемых элементов.....	60

4.5. Надёжность систем с параллельным соединением элементов.....	63
4.5.1. Системы с нагруженным резервом при экспоненциальном распределении наработки элементов до отказа..	64
4.5.2. Модели безотказности систем с распределением нагрузки.....	66
4.6. Сочетание параллельного и последовательного соединений элементов.....	67
5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЁЖНОСТЬ.....	69
5.1. Значение и виды испытаний на надёжность.....	69
5.2. Планы испытаний на надёжность.....	69
5.3. Информация о надёжности по результатам испытаний....	75
6. ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЁЖНОСТИ НА СТАДИЯХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ, ИЗГОТОВЛЕНИЯ И ЭКСПЛУАТАЦИИ.....	77
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	78

Юрий Григорьевич Полкунов
Алексей Алексеевич Хорешок
Борис Александрович Катанов
Геннадий Данилович Буялич

НАДЕЖНОСТЬ ГОРНЫХ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ

Учебное пособие

Часть 1

Основные теоретические положения

Редактор **А. В. Дюмина**
Компьютерная верстка **С.В. Белоцерковская**
Компьютерная графика **О. А. Тарасова**

Подписано в печать 26.12.03. Формат 60x84/16.

Бумага офсетная. Отпечатано на ризографе.

Уч.-изд. л. 5,50. Тираж 250 экз. Заказ 918.

ГУ КузГТУ, 650026, Кемерово ул. Весенняя, 28.

Типография ГУ КузГТУ, 650099, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4.а*.