

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

УДК 531.2: 531.4

А. А. Ордин, Ю. А. Антонов

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ДЕФОРМАЦИИ ТЕЛА НА СИЛУ ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ

Одной из аксиом теоретической механики является допущение, что все тела представляются абсолютно твердыми, то есть не испытывающими деформаций [1-3]. С этой точки зрения теоретическая механика не в силах объяснить природу силы трения качения. Более того, представление катящегося диска весом P , радиусом R , к которому приложены активная сила F и сила трения $F_{тр}$, так, как показано на рис. 1 во всех учебниках, приводит к парадоксу: при равномерном движении диска сила трения и активная сила создают пару сил, которая способствует вращению диска и нет никакой другой силы, которая может его тормозить. То есть с точки зрения классической теоретической механики такой диск будет катиться вечно, если конечно пренебречь сопротивлением воздуха. Однако, практика дает другой ответ,

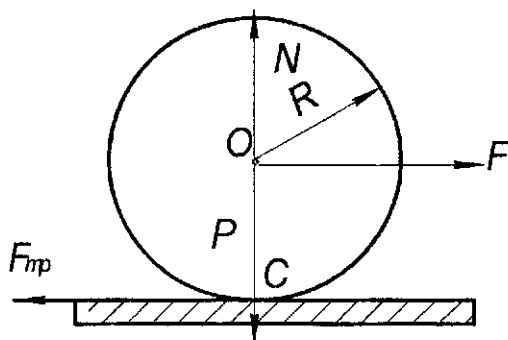


Рис. 1. Классическая схема действия сил при трении качения

мы знаем, что этот диск достаточно быстро остановится даже в безвоздушной среде.

Рассмотрим кинематику движения абсолютно твердого, недеформируемого диска по горизонтальной поверхности, обладающей такими же свойствами (рис. 1). Такой диск совершает плоскопараллельное движение, которое, как известно, характеризуется наличием мгновенного центра скоростей в точке C . Как известно, в мгновенном центре скоростей скорость диска равна нулю [1,2]. В этом заключается одно из принципиальных отличий трения качения от трения скольжения, которое всегда характеризуется различием скоростей между перемещаемыми поверхностями. Следовательно, в точке C диска существует особый вид трения, который автор предла-

гает назвать (по аналогии с мгновенным центром скоростей) трением мгновенного покоя. Действительно, так как скорость диска в точке C равна нулю, то здесь не может возникнуть трение скольжения. Нет в этой точке и трения качения по той же причине. Остается сделать вывод о наличии в этой точке трения мгновенного покоя. Мгновенного – так как в следующий момент времени точка C перемещается в новое положение, где снова возникает трения покоя и т.д.

Известно, что силы трения покоя являются наибольшими по сравнению с силами трения скольжения и качения [1,2]. Поэтому, при качении диска в точке его соприкосновения с поверхностью постоянно возникает, исчезает и снова возникает значительное трение мгновенного покоя, которое и является причиной торможения диска. Природа этого трения объясняется силами молекулярного сцепления или адгезией в точке или линии контакта между диском и поверхностью.

Исходя из присутствия в точке контакта трения мгновенного покоя, становится понятно, что силу трения качения нельзя показывать в этой точке как вектор. Действительно, если тело находится в состоянии покоя, то мы не можем показать силу трения покоя до тех пор, пока тело не сдвинется с места.

При изучении трения качения нужно еще учесть соприкосновение в узкой области шероховатых поверхностей. Действительно, абсолютно твердые тела тем не менее не являются абсолютно гладкими, то есть они имеют различную шероховатость. Отсюда становится понятно, что в очень небольшой области контакта (вблизи точки C) возникает разность скоростей соприкасающихся точек неровностей катящегося диска и неподвижной поверхности. В этих соприкасающихся точках скорость диска близка к нулю, но не равна нулю, и в этой области возникает трение скольжения.

Таким образом, для абсолютно твердых тел трение качения, по нашему мнению, состоит из трения мгновенного покоя, находящегося в мгновенном центре скоростей, и трения скольжения соприкасающихся шероховатых поверхностей двух тел.

Реальная картина качения тела, безусловно, всегда сопровождается деформацией поверхностей соприкасаемых тел. Рассмотрим, как влияет деформа-

ция тел на силу трения качения.

Исторически, трение качения объяснялось только с точки зрения деформации соприкасаемых тел (рис.3). Это было необходимо, так как деформация поверхностей тел позволяет сместить реакцию связи от точки С в точку В и тем самым обеспечить появление момента сил сопротивления качению. Далее, исходя из равномерного перемещения диска следует равенство вращающего момента пары сил F и F_{mp} (с плечом R) и момента сил сопротивления, вызванного действием другой пары сил P и N (с плечом k):

$$Nk = Pk = FR = F_{mp}R \quad (1)$$

Отсюда вытекает известная формула Амонтона-Кулона для расчета силы трения качения [1,2]:

$$F_{mp} = P \frac{k}{R}, \quad (2)$$

где длину плеча k момента силы сопротивления, имеющей размерность длины, называют коэффициентом трения качения [1,2].

Авторы учебников по теоретической механике [1,2] здесь обычно делают вывод о том, что сила трения качения обратно пропорциональна радиусу диска.

На наш взгляд, последний вывод, принципиально, неверен. Действительно, если учесть, что реакция связи горизонтальной поверхности равна весу диска ($N=P$), а вес диска в свою очередь зависит от его радиуса R и ширины b :

$$P(R) = \gamma V = \gamma \pi b R^2$$

то подстановка последней формулы в зависимость

$$F_{mp} = P(R) \frac{k}{R} = \gamma \pi b R^2 \frac{k}{R} = \gamma k \pi b R \quad (3)$$

где γ -удельный вес диска, V -объем диска.

Таким образом, сила трения качения с учетом зависимости веса диска от его радиуса прямо пропорциональна радиусу диска.

Рассмотрим вместо диска качение шара радиусом (R). Как известно, зависимость его веса от радиуса является кубической:

$$P(R) = \gamma V = \frac{4}{3} \gamma \pi R^3$$

В этом случае зависимость силы трения качения шара от его радиуса становится квадратичной:

$$F_{mp} = P(R) \frac{k}{R} = \frac{4}{3} \gamma \pi R^3 \frac{k}{R} = \frac{4}{3} \gamma k \pi R^2 \quad \dots(4)$$

Кроме того, так как основной закон трения Амонтона-Кулона заключается в том, что при любом виде трения сила трения равна произведению коэффициента трения на силу давления ($F_{mp} = fP$), то коэффициент трения качения должен быть равен отношению:

$$f = \frac{F_{mp}}{P} = \frac{kN}{PR} = \frac{k}{R} = \sin(0.5\alpha) = \operatorname{tg} \varphi$$

так как в нашей задаче реакция опоры равна весу диска ($N=P$). Отсюда также следует, что, так как величина k представляет собой длину плеча момента реакции опоры, то коэффициент трения качения является безразмерной величиной, также как и коэф-

фициент трения скольжения. Угол α является центральным углом, стягивающим дугу АВ окружности, по которой происходит деформация диска, а φ – угол трения.

Приблизненно угол деформации тел можно определить по формуле:

$$\sin(0,5\alpha) \approx 0,5\alpha = f \text{ или } \alpha = 2f \quad (5)$$

Однако, на самом деле зависимости (3, 4) силы трения и коэффициента трения качения от радиуса диска с учетом деформации тел более сложные. Рассмотрим эту постановку задачи.

Известно, что в области контакта двух тел действуют повышенные напряжения, максимальные

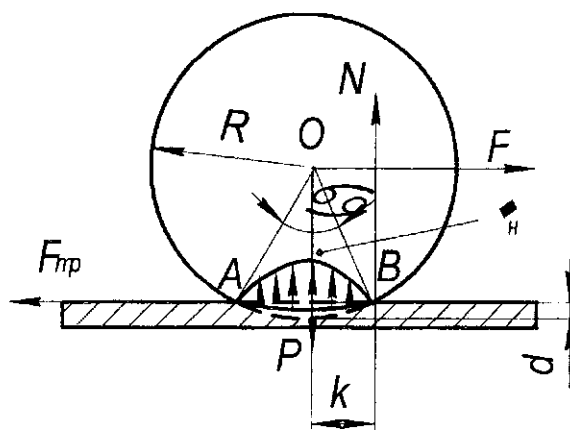


Рис.2. Схема трения качения с учетом деформации тел

значения которых определяются по формуле Г.Герца [4], которая применительно к нашей задаче (рис.2) выглядит следующим образом:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{P}{b\pi R \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}} \quad (6)$$

где ν_1, ν_2, E_1, E_2 –соответственно коэффициенты Пуассона и модули Юнга для диска и поверхности тела. Примем для простоты, что диск и поверхность тела выполнены из стали. В этом случае с учетом коэффициента Пуассона для стали ($\nu = 0,28$) и веса диска (6) формула Г. Герца упрощается:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{PE}{bR}} = 0,418 \sqrt{\frac{\gamma \pi b R^2 E}{bR}} = 0,418 \sqrt{\gamma \pi R E} \quad (7)$$

где E – модуль Юнга или модуль упругости первого рода для стали.

Определим продольную максимальную деформацию ($0,5d$) из закона Гука [5] с учетом одновременной одинаковой деформации диска и поверхности тела (рис.2):

$$\sigma_H = E\varepsilon = E \frac{0,5d}{R} \quad (8)$$

Отсюда величина продольной деформации диска с учетом формулы (7) равна:

$$\delta = 0,5d = \frac{\sigma_H R}{E} = 0,418 \sqrt{\frac{\gamma \pi R^3}{E}} \quad (9)$$

Определим длину плеча k (рис.2) как длину по-

ловины хорды АВ из соотношения:

$$k = 0,5L_{AB} = \sqrt{R^2 - (R - \delta)^2} \quad (10)$$

откуда, учитывая малость величины продольной деформации по сравнению с диаметром диска, получаем:

$$k = \sqrt{2R\delta - \delta^2} \approx \sqrt{2R\delta} \quad (11)$$

Подставляя в эту формулу значение продольной деформации (9)), получаем зависимость для расчета длины плеча момента сопротивления:

$$k = 0,91R\sqrt{\frac{\gamma\pi R}{E}} \quad (12)$$

Реакция опоры N может находиться в любой точке правой половины дуги АВ (рис.2). В предельном случае она находится в точке В, расположенной на расстоянии k от середины отрезка АВ. Отсюда можно найти предельное значение силы трения качения, используя равенство моментов двух пар сил (1), вес диска и формулу (12): (13)

$$F_{mp} = \frac{P(R)k}{R} = 0,91P(R)\sqrt{\frac{\gamma\pi R}{E}} = 0,91\gamma\pi bR^2\sqrt{\frac{\gamma\pi R}{E}}$$

Отсюда можно получить предельный коэффициент трения качения (f), учитывая основной закон Амонтона-Кулона(2):

$$f = \frac{F_{mp}}{P} = 0,91\sqrt{\frac{\gamma\pi R}{E}} = 1,21\sqrt{\frac{\gamma R}{E}} \quad (14)$$

Из сделанного анализа можно сделать следующие выводы:

- предельная сила трения качения представляет собой нелинейную возрастающую зависимость от радиуса диска и его удельного веса,
- коэффициент трения качения представляет собой безразмерную величину и может определяться теоретически для стальных поверхностей по формуле (14), из которой следует, что коэффициент трения качения нелиней-

но возрастает с увеличением радиуса диска и его удельного веса, и убывает с возрастанием модуля упругости тела.

Определим практически коэффициент трения качения для стальных поверхностей двух тел при заданных параметрах: радиус диска равен $R = 1000$ мм, модуль упругости для стали $E = 2 \cdot 10^5$ МПа $= 2 \cdot 10^5$ Н/мм², удельный вес стали $\gamma = 7,8$ т/м³ $= 7,8 \cdot 10^{-5}$ Н/мм³ по формуле (14):

$$f = 1,21\sqrt{\frac{\gamma R}{E}} = 1,21\sqrt{\frac{7,8 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5}} = 0,00056 \quad (15)$$

По справочным данным коэффициент трения качения «сталь по стали» составляет 0,000540,001 [7]. Таким образом, полученная нами теоретическая формула для расчета предельного коэффициента трения качения показывают хорошую сходимость с практическими данными.

В более общем случае, когда диск и поверхность выполнены из других материалов с одинаковыми коэффициентами Пуассона и модулями упругости длина плеча момента реакции опоры, предельная сила трения и коэффициент трения качения определяются по формулам:

$$k = R\sqrt{\frac{\sigma}{E}} = R\sqrt{\frac{\gamma R}{2E(1-\nu^2)}} \quad F_{mp} = \gamma\pi bR^2\sqrt{\frac{\gamma R}{2E(1-\nu^2)}}$$

$$f = \frac{k}{R} = \sqrt{\frac{\gamma R}{2E(1-\nu^2)}} \quad (16)$$

Таким образом, на наш взгляд, полученные зависимости коэффициента и силы трения качения от радиуса диска и его механических характеристик позволяют с достаточной степенью точности рассчитать эти значения теоретически и изменяют существующие представления о трении качения, основанные на законах Амонтона-Кулона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 2009. – 416с.
2. Никифорова, В. М., Курс теоретической механики / В. М. Никифорова, А. А. Яблонский. – М.: Высшая школа, 2006. – 608 с.
3. Яворский, Б. М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф, А. К. Лебедев. Изд. 8-е. – М.: Оникс. Мир и образование, 2008. – 1056 с.
4. Иванов, М. Н. Детали машин. – М.: Высшая школа, 2000. – 383 с.
5. Александров, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Александров, Б. П. Державин, В. Д. Потапов. – М.: Высшая школа, 2008. – 560 с.
6. Ордин, А. А. Некоторые дополнения к законам трения Амонтона-Кулона / Сб. докладов III Международной научной конференции «Актуальные проблемы механики и машиностроения». – Алматы, 2009.
7. Кухлинг, Х. Справочник по физике. Пер. с немецкого. – М.: Мир, 1985. – 520 с.

□ Авторы статьи:

Ордин
Александр Александрович,
докт. техн. наук, зав. лаб. подземной
разработки угольных месторождений
Института горного дела СО РАН им.
Н.А. Чинакала, профессор НГУ,
e-mail: ordin@misd.nsc.ru

Антонов
Юрий Анатольевич
канд. техн. наук, доц. каф. горных
машин и комплексов КузГТУ
Тел. 8-3842-39-63-03

ISSN 1999-4125

ВЕСТНИК

КУЗБАССКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА



НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

2-11

ВЕСТНИК

КУЗБАССКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№2(84), 2011

Основан в 1997 году
Выходит 6 раз в год
ISBN 5-89070-074-X

Редакционная коллегия:

Ю.А. Антонов,
В.Ю. Блюменштейн (зам. глав-
ного редактора),
В.Ф. Горбунов, Е.К. Ещин
(главный редактор),
В.Ф. Колесников,
Н.К. Лесовая (отв.секретарь),
Р.Р. Масленников,
Л.Е. Маметьев, В.Н. Матвеев,
В.И. Нестеров, В.В. Першин,
П.Т. Петрик, А.А. Ренев,
А.Д. Трубчанинов,
Ю.А. Фридман,
В.А. Хямяляйнен,
Т.Г. Черкасова, Л.А. Шевченко

Кемерово
© Кузбасский государственный
технический университет, 2011

Адрес редакции: 650000,
г. Кемерово, ул. Дзержинского 9,
комн. 2100, тел.39-69-28
http: www.kuzstu.ru
e-mail: tma_vt@kuzstu.ru

СОДЕРЖАНИЕ

ГЕОТЕХНОЛОГИЯ

- Ю. А. Масаев . Развитие и модернизация взрывных приборов с XVII до XXI вв. 3
А.В. Стрельников, М.А. Тюленев. Опыт применения обратных гидравлических лопат на разрезах ОАО «УК «Кузбассразрезуголь» 8
А. И. Копытов, А. А. Еременко, В. В. Першин . О состоянии и перспективах развития Таштагольского филиала ОАО «ЕВРАЗРУДА» 13
А. В. Исаенко, А. В. Угляница. Исследование зависимости компрессионных свойств автоклавных закладочных материалов на основе топливных шлаков от параметров их автоклавной обработки..... 15

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ГОРНОГО ПРОИЗВОДСТВА

- Т. Л. Ким, В. В. Дырдин, В. А. Белков. Математическое моделирование процесса диссоциации кристаллогидрата в краевой зоне угольного пласта..... 19

ЭКОЛОГИЯ И ОХРАНА ТРУДА

- М.А. Тюленев, С.Ю. Лукьянова, А.В. Патин, Е.А. Макаревич. Перенос загрязняющих веществ при фильтрации сточных карьерных вод во вскрышных породах 22
А.И. Фомин, Е.В. Макарова, Г.Е. Седелников. Анализ состояния производственного травматизма в угольной отрасли Кузнецкого угольного бассейна. 31

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

- А.А. Ордин, Ю.А. Антонов. Теоретическая оценка влияния деформации тела на силу трения качения 36

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

- Е. В. Гутова, Е. А. Николаева. Анализ занятости населения Кемеровской области 39
Т.В. Донцова, С.В. Доронин, Б.Л. Герике. Моделирование силового взаимодействия рельсовой колеи и рам вагонов 44
С.В. Доронин, Т.В. Донцова, Б.Л. Герике. Моделирование воздействия рельсовой колеи на рамы вагонов 47

ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ И СИСТЕМЫ

- В.М. Ефременко, Р.В. Беляевский. Об особенностях компенсации реактивной мощности в электрических сетях угольных разрезов 51
В. А. Старовойтов. Управление диффузионным фронтом феррочастиц гетерогенных жидкостных систем 54

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

- Н.В. Абабков, А.Н. Смирнов, А.А. Трубин. Оценка состояния наплавленного металла барабана котла высокого давления по коэрцитивной силе металла..... 57
Ю.А. Фадеев, Н.И. Крумликowa. Механические свойства многослойных оптических волокон галогенидов тяжелых металлов..... 60

ГОРНЫЕ МАШИНЫ И КОМПЛЕКСЫ

- Ю.А. Власов, Н.Т. Тищенко, С.А. Земляной. Некоторые результаты диагностирования редукторов мотор-колес автосамосвалов БелАЗ 63
Ю. Е. Воронов, П. А. Зыков. Обоснование и определение показателей технического уровня карьерных одноковшовых экскаваторов 67

ТЕПЛОФИЗИКА

- А. Р. Богомолов, Н. А. Прибатурин, Е. Ю. Темникова. Анализ технологий получения высокотемпературного водяного пара 71
М.И. Шляев, Ю.О. Афанасьев, А.Р. Богомолов. Модели горения частиц топлива 75

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

- Ю. В. Непомнящих, Г. Г. Боркина, С. В. Пучков, А. Л. Перкель. Идентификация и количественное определение продуктов иницированного пероксидом кумила окисления бутановой кислоты 81
Л. Л. Прилепская, И. А. Бобровников, В. С. Швед. Подбор состава угольной шихты для коксования с использованием компьютерного моделирования 90

<i>Ю.Ф. Патраков, Н.И. Федорова. Сравнительная характеристика жирных углей различных месторождений Сибири</i>	92
ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ	
<i>Ю.А. Фридман, Г.Н. Речко. Занятость как инструмент структурного анализа экономики региона</i>	95
<i>Е. П. Аксенов. К вопросу о модернизации национальной экономики</i>	105
<i>Е. П. Аксенов. Методологические аспекты закономерностей управления современным социально-экономическим развитием</i>	110
ПЕДАГОГИКА ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ	
<i>И. Н. Соболева. Ещё раз о качестве обучения иностранному языку в вузе</i>	116
<i>И. Н. Соболева. Использование видеофильмов для развития навыков аудирования</i>	117
<i>Н. А. Жернова, Е. Е. Жернов. Управление знаниями как научная дисциплина: к подготовке магистров на инженерно-экономическом факультете КузГТУ</i>	118
<i>Д. С. Белый, Н. А. Жернова. Создание научного студенческого кадрового агентства (НСКА) «Потенциал» в ГУ КузГТУ – вклад в выполнение миссии университета</i>	123
ИСТОРИЯ НАУКИ И ТЕХНИКИ	
<i>А.В. Дерюшев. О планах шахтного строительства в Кузбассе в 1959-1965 гг.</i>	128
КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ	
<i>Из новых поступлений в научно-техническую библиотеку университета (Т.С. Черненко)</i>	134
<i>РЕФЕРАТЫ</i>	138
<i>СПИСОК АВТОРОВ</i>	146
<i>Правила для авторов "Вестника Кузбасского государственного технического университета"</i>	148

Ответственный редактор
- М.А.Тынкевич

Дизайн обложки - Ю.Е.Волчков

Подписано к печати 19.04.2011.

Формат 60×84 /8.

Бумага офсетная.

Печать офсетная.

Гарнитура Таймс.

Уч.-изд. л. 13.

Тираж 150 экз.

Заказ 283.

Кузбасский государственный
технический университет.
650026, Кемерово,
ул. Весенняя, 28.

Типография Кузбасского
государственного технического
университета.
650000, Кемерово,
ул. Д.Бедного, 4а

Лицензия на издательскую
деятельность ИД № 06536