Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Кузбасский государственный технический университет
им. Т.Ф. Горбачева»

А. А. Хорешок, Г. Д. Буялич,
Е. В. Прейс, Ю. В. Дрозденко

НАДЕЖНОСТЬ ГОРНЫХ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ

Рекомендовано в качестве учебного пособия
учебно-методической комиссией специальности
150402 «Горные машины и оборудование»

Кемерово 2012

Рецензенты:

Маметьев Л.Е., доктор технических наук, профессор кафедры горных машин и комплексов КузГТУ

Кузнецов В.В., кандидат технических наук, доцент кафедры горных машин и комплексов КузГТУ

Хорешок Алексей Алексеевич, Буялич Геннадий Даниилович, Прейс Елена Валерьевна, Дрозденко Юрий Вадимович. Надежность горных машин и оборудования: учеб. пособие [Электронный ресурс]: для студентов специальности 150402 «Горные машины и оборудование» очной формы обучения / А.А. Хорешок, Г.Д. Буялич, Е.В.Прейс, Ю.В. Дрозденко. – Электрон. дан. – Кемерово: КузГТУ, 2012. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) ; зв. ; цв. ; 12 см. – Систем. требования : MS Windows XP/Vista/7; MS Office 2003; браузер (например, Internet Explorer, версия не ниже 7,0 или другие); мышь.

Предназначено для изучения дисциплины «Надежность горных машин и оборудования» студентов специальности 150402 Горные машины и оборудование».
В пособии рассмотрены основные понятия теории надежности и изложены и изложены основы расчета показателей надежности восстанавливаемых и невосстанавливаемых элементов и систем.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Комплексная механизация процессов на горных предприятиях предусматривает взаимодействие и одновременную работу различных средств механизации, имеющих в ряде случаев сложную структуру. Вследствие этого недостаточная надёжность отдельных машин и механизмов приводит к существенному снижению производительности всего комплекса оборудования.

Из-за недостаточной надёжности оборудования на его ремонт ежегодно расходуются значительные средства, а затраты на ремонт за весь срок службы в несколько раз превышают первоначальную стоимость. Отсюда вытекает острая необходимость повышения качества горных машин и оборудования, одним из важнейших элементов которого является их надёжность.

В соответствии с этим Государственным образовательным стандартом, предусматривающим требования к содержанию и уровню подготовки инженеров специальности «Горные машины и оборудование», определено изучение дисциплины «Надёжность горных машин и оборудования».

В настоящем учебном пособии излагаются задачи, основные понятия и законы, используемые при изучении дисциплины «Надежность горных машин и оборудования».

Пособие посвящено рассмотрению основных теоретических положений. Здесь разъясняются основные определения надёжности, такие как объект и его состояние, отказы и их причины. Подробно рассмотрены статистические модели отказов и показатели количественной оценки надёжности.

Большое внимание уделено рассмотрению надёжности восстанавливаемых объектов, поскольку горные машины и оборудование относятся к числу объектов именно этой группы.

Далее в книге существенное внимание уделено расчёту показателей надёжности горных машин и их элементов. Расчёты базируются на конкретных примерах и проиллюстрированы графиками.

В пособии изложена методика статистических испытаний на надёжность и краткие сведения по обеспечению надёжности машин и оборудования на стадиях проектирования, изготовления и эксплуатации.

Учебное пособие предназначено для студентов специальности 150402 «Горные машины и оборудование», но может быть использовано студентами и аспирантами других специальностей.

ВВЕДЕНИЕ

Надёжность технического изделия является важнейшим элементом его качества. Без высокой надёжности не может быть изделий высокого качества. Непрерывное повышение требований к качеству изделий привело к резкому возрастанию интереса к научным проблемам теории надёжности.

Теория надёжности – молодая наука. Первые попытки чёткой постановки задач относятся к 30-м годам двадцатого века. Тогда преимущественно стремились разработать методы приёмочного контроля массовой промышленной продукции. Перед приёмщиками возникали вопросы о качестве принимаемой ими продукции и о длительности безотказной работы в тех или иных условиях эксплуатации.

В 50-е годы теория надёжности начала оформляться как самостоятельная дисциплина. Были сформулированы основные её задачи и понятия, развернулась деятельность по разработке методов расчёта надёжности элементов и систем. На крупных заводах, производящих ответственную продукцию, начали создаваться отделы надёжности. Их обязанностью являлось наблюдение за сохранением заложенной в изделие надёжности и поиски путей её повышения – совершенствование технологических операций по изготовлению узлов и деталей, а также сборки, разработка системы эксплуатации. Выяснилось, что средства, затраченные на повышение надёжности технических систем при проектировании и изготовлении, возвращаются при эксплуатации. Попытки же экономить на надёжности оборачиваются огромными потерями.

Формальным объектом изучения в теории надёжности являются технические изделия, которые мы можем представлять себе как сложные технические системы, устройства, а также их элементы – структурно неделимые составные части.

Повышение технического уровня и качества продукции горного машиностроения, средств автоматизации, приборов, электрооборудования и схем электроснабжения относится к числу наиболее актуальных проблем, связанных с развитием современной техники, ее надежностью и долговечностью. Интенсификация горных работ, повышение производительности машин и агрегатов, существенный качественный рост горного производства невозможны без повышения надежности технических средств горных предприятий. Опыт эксплуатации горных предприятий показывает, что надежность горного оборудования пока недостаточна и во многом зависит от горнотехнических, организационных, погодно-климатических и эксплуатационных условий.

Горное оборудование на горных предприятиях открытых и подземных разработок эксплуатируется в тяжелых условиях, поэтому по отношению к нему особенно необходимо умелое содержание и своевременное проведение профилактических мер по предупреждению неисправности горных машин и оборудования. Необходимость обеспечения надежности горных машин и оборудования и средств автоматики обусловлена высокими технико-экономическими требованиями к производственным процессам на горном предприятии, а также правилам безопасности труда горняков.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ НАДЁЖНОСТИ

1.1. Задачи теории надёжности

Теория надёжности – научная дисциплина, в которой разрабатываются и изучаются методы обеспечения эффективности работы объектов в процессе эксплуатации.

Надёжность горных машин и оборудования базируется главным образом на теории прочности и износостойкости деталей, а также на методах конструирования, расчёта.

Основные вопросы, которые изучает теория надежности:

- закономерности возникновения отказов и восстановление работоспособности объектов;

- влияние внешних и внутренних воздействий на процессы, происходящие в объектах;

- методы учета и обработки статистической информации, характеризующей надежность объекта;

- оценка и обеспечение стабильности технологического процесса, как особой технической системы;

- методы повышения и прогнозирования надежности объектов при проектировании, изготовлении и эксплуатации на основе количественной оценки.

В настоящее время выделяют три основных направления в развитии теории надёжности: математическая теория надёжности, статистическая теория надёжности, физическая теория надёжности.

1.2. Общие понятия

В соответствии с ГОСТ 27.002–89 надежность – это свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортирования.

Надежность является комплексным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения может включать безотказность, долговечность, ремонтопригодность и сохраняемость или определенные сочетания этих свойств.

Безотказность – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки.

Долговечность – свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

Ремонтопригодность – свойство объекта, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта.

Сохраняемость – свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способности объекта выполнять требуемые функции, в течение и после хранения и (или) транспортирования.

1.3. Объект, элемент, система

В теории надёжности используют понятия «объект», «элемент», «система».

Объект – предмет определенного целевого назначения, рассматривающийся в периоды проектирования, производства, эксплуатации, изучения, исследования и испытаний на надёжность.

Применительно к горным машинам под объектом может подразумеваться изделие в виде комплекса машин, отдельной машины, части машин, т.е. отдельной сборочной единицы или отдельной детали.

Отдельные части, на которые можно разделить изделие при анализе его надёжности, называют элементами.

Элемент – объект, представляющий собой простейшую часть системы.

Система – совокупность взаимосвязанных элементов, взаимодействующих в процессе горного производства.

1.4. Состояние объекта

Для характеристики состояния объекта существуют следующие понятия.

Исправное состояние (исправность) – состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации (НТД).

Неисправное состояние (неисправность) – состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному требованию, установленному НТД.

Работоспособное состояние (работоспособность) – состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Нормативно-технической документацией могут быть предусмотрены: уровень внешних воздействий, методы технического обслуживания и ремонта, нормы и допустимые отклонения от установленных параметров.

Например, для горных машин это их производительность, гранулометрический состав горной массы и физические свойства породы, наладочные параметры приводов, допустимая степень изнашиваемости зубьев ковшей, пальцев, гусеничных звеньев, шарошек буровых долот, канатов, барабанов и других элементов машин.

Неработоспособное состояние (неработоспособность) – состояние объекта, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять задание функции, не соответствует требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Примечание. Для сложных объектов возможно деление их неработоспособных состояний. При этом из множества неработоспособных состояний выделяют частично неработоспособные состояния, при которых объект способен частично выполнять требуемые функции.

Предельное состояние – состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна, либо восстановление его работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно.

1.5. Переход объекта в различные состояния

Под событиями, при которых происходит переход объекта из одного состояния в другое, рассматривают:

повреждение – событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении работоспособного состояния.

отказ – событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта.

Перевод объекта из неисправного или неработоспособного состояния в исправленное или работоспособное происходит в результате восстановления.

Восстановление – процесс перевода объекта в работоспособное состояние из неработоспособного состояния.

По способности к восстановлению объекты подразделяются на восстанавливаемые и невосстанавливаемые.

Восстанавливаемый объект – объект, для которого в рассматриваемой ситуации проведения восстановления работоспособного состояния предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Невосстанавливаемый объект – объект, для которого в рассматриваемой ситуации проведения восстановления работоспособного состояния не предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Ремонтируемый объект – объект, ремонт которого возможен и предусмотрен нормативно-технической, ремонтной и (или) конструкторской (проектной) документацией.

Наработка – продолжительность или объём работы объекта.

Примечание. Наработка может быть как непрерывной величиной (продолжительность работы в часах, километрах пробега и т.п.), так и целочисленной величиной (число рабочих циклов, запусков и т.п.).

Ресурс – суммарная наработка объекта от начала его эксплуатации или её возобновления после ремонта до перехода предельное состояние.

Срок службы – календарная продолжительность эксплуатации от начала эксплуатации объекта или её возобновления после ремонта до перехода в предельное состояние.

1.6. Причины и физическая природа отказов

Любая горная машина в процессе эксплуатации подвергается различным внешним и внутренним воздействиям, в результате чего может происходить уход одного или нескольких параметров за установленные пределы, т.е. потеря машиной работоспособности (отказ).

При работе горных машин на их элементы действуют различные виды нагрузок, которые можно разделить на рабочие и постоянно действующие нагрузки.

Рабочие нагрузки действуют на горную машину и ее элементы только в процессе работы.

Характер и интенсивность этих воздействий определяются рядом факторов и, в частности, видами энергии, действующими на узлы и механизмы машины. Это могут быть механическая, тепловая и электрическая энергии.

Механическая энергия вызывает статические и динамические нагрузки на звенья машины, которые порождают силы трения в кинематических парах, упругие деформации силовых элементов, колебательные процессы в машине.

Тепловая энергия, воздействуя на элементы машин, может приводить к их упругим и пластическим деформациям, к явлениям ползучести, имеющим место при одновременном тепловом и силовом воздействии, к снижению или полной потере прочности деталей, твердости, упругих свойств и других механических характеристик.

Тепловая энергия может воздействовать на машину от внешних источников, таких как рабочие теплоносители (перегретый пар в турбинах, горячий агломерат в агломашинах, газ горелки при огневом бурении) и от внутренних очагов теплообразования, как результат преобразования в машине механической или электрической энергии в тепловую.

В горных машинах они возникают в результате взаимодействия рабочих органов с породой (при бурении, выемочных операциях, связанных с разрушением горных пород), в зубчатых зацеплениях, парах скольжения, в дросселирующих и демпфирующих устройствах гидросистем, в обмотках двигателей и генераторов приводов.

Электрическая энергия, как правило, непосредственно не воздействует на детали горных машин (исключая электрооборудование). Следствием воздействия электрических нагрузок являются отказы электрооборудования горных машин и комплексов, заключающиеся в пробое изоляции, перегорании обмоток электродвигателей и различных Электромагнитных устройств, подгорании контактов пусковой аппаратуры и пр. Перегрузка электродвигателей горных машин, а также недостаточно эффективное их охлаждение вызывают и значительные по величине тепловые нагрузки, приводящие к повреждению изоляции обмоток.

Все эти нагрузки не являются вполне определенными, их величины являются случайными функциями времени, так как природа их возникновения связана со сложными физическими процессами. Например, силы резания на исполнительных органах выемочных горных машин, ток нагрузки и крутящий момент двигателей, нагрузки в тяговых органах и редукторах привода выемочных и доставочных машин, несущих элементах механизированных крепей, силы трения в кинематических парах и др. изменяются в некоторых пределах, так как являются следствием сложных и специфических для данной машины явлений.

Постоянно действующие нагрузки обусловлены условиями эксплуатации горных машин и комплексов. К ним относятся:

- атмосферные температурные воздействия;
- атмосферные осадки;
- воздушная среда;
- агрессивные среды.

Постоянно действующие нагрузки также являются случайными функциями времени, но для них по сравнению с рабочими нагрузками характерна существенно меньшая величина изменчивости (кроме запыленности воздуха).

В результате воздействия различных видов нагрузок или их сочетаний при работе горных машин отказы элементов могут возникнуть в результате их поломки, пластической деформации, износа, коррозии.

Атмосферные температурные воздействия. От них часто зависит уровень механических свойств материалов, из которых выполнены детали машин. В частности, при отрицательных низких температурах снижается ударная вязкость сталей. При высокой степени активности солнечной радиации может увеличиваться в 1,5-3 раза количество отказов электрооборудования по сравнению с нормальными условиями эксплуатации.

Атмосферные осадки в виде дождя, росы, инея могут в значительной мере оказывать влияние на сохранность и исправность механического и электрического оборудования.

Воздушная среда, которая может содержать влагу, агрессивные составляющие и твёрдые витающие частицы (пыль и песок при сильных ветрах). Запылённость в рабочих зонах экскаваторов и буровых станков достигает иногда 200-300 мг/м^3 и более.

Агрессивные среды. В химической и специальных отраслях промышленности машины во многих случаях могут работать в весьма агрессивных средах. Для горных машин это шахтные воды, морские воды при подводной добыче минерального сырья.

Изменение состояния машин и их деталей во всех случаях связано с протеканием тех или иных процессов за счёт действия на них различных факторов. Эти процессы бывают обратимыми и необратимыми и с разной скоростью протекания.

Обратимые процессы могут временно изменять параметры машин или их отдельных элементов в некоторых пределах без тенденций прогрессивной потери первоначальных эксплуатационных показателей машины.

Примеры обратимых процессов: упругая деформация деталей, изменения геометрических размеров элементов машин в результате периодических температурных изменений.

Необратимые процессы вызывают изменения состояния отдельных элементов, приводящие к постепенной потере эксплуатационных показателей машины.

Примеры: изнашивание, коррозия, естественное старение.

По времени протекания процессы бывают:

1. Быстротекущие – имеющие периодичность, измеряемую долями секунды.

   К числу таких можно отнести вибрации элементов машин.

2. Процессы средней скорости протекают во время непрерывной работы машины. Их длительность измеряется обычно в минутах и часах.

Примеры. Как обратимые процессы – появление и исчезновение очагов внутреннего теплообразования в машине. Как необратимые процессы – износ буровых коронок или долот.

3. Медленно протекающие процессы происходят в течение времени, измеряемого днями или месяцами и определяемого периодичностью технического обслуживания или ремонтов.

Примеры. К таким процессам относятся: износ основных механизмов машин, ползучести металлов, коррозия, исчерпание ресурса циклической прочности и др.

Отказы в машине в зависимости от характера воздействия могут быть различны по своей физической природе.

В горных машинах наиболее часто отказы являются следствием недостаточной первоначальной прочности или потери её деталями в процессе эксплуатации, а также результатом их большого износа. Поломки элементов горных машин могут возникнуть как при несоответствии (превышении) нагрузки элемента его статической прочности (хрупкое и пластическое разрушения), так и в результате усталостных разрушений.

Параметры прочности элемента, так же как и воздействующие на них нагрузки, являются случайными величинами, поэтому даже при высоких запасах прочности, определенных по средним значениям максимальных нагрузок и параметрам прочности, возможны превышения уровня нагрузки нижнего уровня прочности элемента, а следовательно, и его поломки (рис. 1.1).

Усталостные разрушения возникают при переменных нагрузках ниже предела упругости. В зависимости от характера напряженного состояния могут иметь место поверхностные или общие усталостные разрушения.

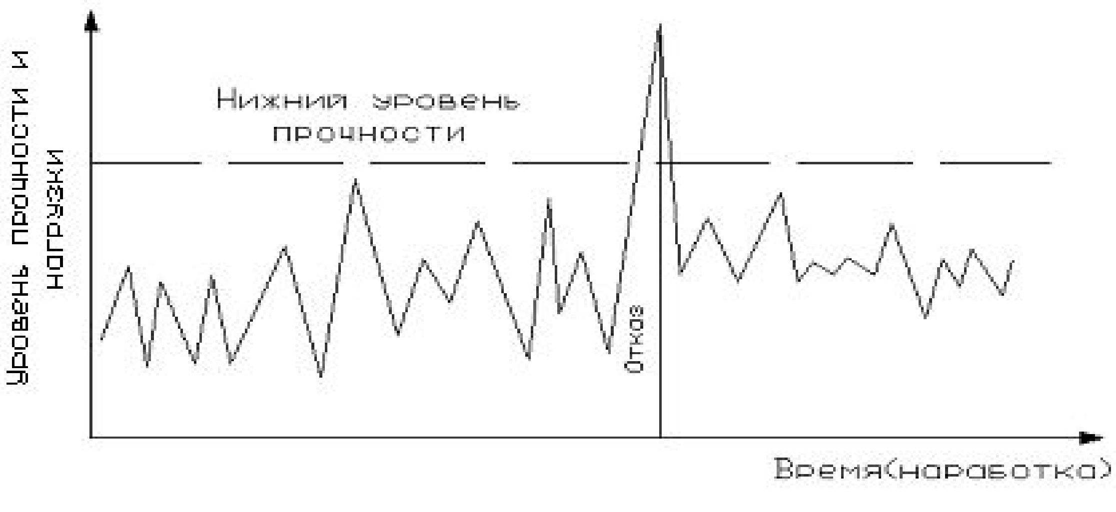


Рис. 1.1. Условие возникновения отказа

Физическая природа усталости выражается в появлении и постепенном накоплении скрытых необратимых структурных изменений, локализующихся первоначально в микро- и субмикрообъемах работающей детали с постепенным образованием микротрещин и слиянием их в так называемую магистральную макротрещину, приводящую к разрушению. Очагом усталостных повреждений могут быть незначительные поверхностные дефекты, места резких переходов сечений, дефекты сварки, литья и т.п., вызывающие концентрацию напряжений в малых объёмах детали.

Часто причиной отказов у горных машин, кроме поломок, является износ деталей.

Износ – процесс постепенного поверхностного разрушения деталей при трении.

Износ вызывает:

- понижение прочности из-за уменьшения сечения (корпуса ковшей, проушины и пальцы траков, зубья шестерён и др);
- увеличение динамических нагрузок из-за появления зазоров и люфтов в сопряжённых деталях (шлицевые и шарнирные соединения, седловые подшипники и др.);
- исчерпание работоспособности в результате потери геометрических форм (зубья ковшей, буровые коронки, кулаки ведущих звездочек, гребни гусеничных цепей, тормозные колодки и др.);
- снижение коэффициента полезного действия (КПД):

а) за счёт понижения внешних и внутренних утечек (износ деталей насосов, гидродвигателей, компрессоров, золотников и др.);

б) за счёт изменения формы и состояния контактных поверхностей (подшипники скольжения, направляющие, зубчатые зацепления и др.).

Различают механическое (абразивное), молекулярно-механическое и коррозионно-механическое изнашивания.

Для горных машин наиболее характерно абразивное изнашивание трущихся пар механизмов, при котором за счёт появления на рабочих поверхностях абразивных частиц происходит разрушение их в результате резания или царапания с отделением микростружки, которая в свою очередь пополняет абразивную среду.

Для горных машин также весьма характерен интенсивный абразивный износ в результате непосредственного взаимодействия элементов рабочих органов с горной породой.

Коррозия – процесс разрушения металлов вследствие химического и электрохимического воздействия на них.

Коррозия вызывает:

- снижение прочности: статической – за счёт уменьшения размеров элементов машин, усталостной – за счёт поверхностных и межкристаллических повреждений;
- снижение надежности работы пневмо- и гидросистем за счёт загрязнения трубопроводов и пускорегулирующей аппаратуры;
- затруднения при разборке машин;
- уменьшение статической прочности за счёт коррозии особенно ощутимо и может приводить к тяжелым последствиям для нагруженных деталей с малыми рабочими сечениями, с малыми толщинами стенок. Это проволоки стальных канатов, корпуса ресиверов, тормозные ленты и другие подобные детали.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

2.1. Основные понятия теории вероятностей

Событием в теории вероятностей называют всякий факт, который может произойти в результате опыта (или испытания). Под испытанием понимается совокупность некоторых условий при осуществлении которых и может появиться событие.

Все события разделяются на три группы: достоверные, невозможные и случайные.

Событие называется достоверным, если при каждом испытании оно обязательно произойдет.

Событие называется невозможным, если при каждом испытании оно заведомо не произойдет.

Событие называется случайным, если в результате опыта оно может произойти или не произойти.

Пример. Событие A – любая техническая система выйдет из строя, является достоверным. Событие B – данная техническая система за время T получит повреждение – является случайным событием.

Численной мерой степени возможности какого-либо случайного события A является его вероятность $P(A)$.

Вероятность невозможного и достоверного события приняты соответственно 0 и 1. Вероятность случайных событий может принимать значения.

$$0 \le P(A) \le 1. \tag{2.1}$$

События в данном опыте образуют полную группу, если в результате опыта обязательно должно произойти хотя бы одно из них.

Несколько событий называются несовместными в данном опыте, если никакие два из них не могут произойти вместе. Типичным примером является отказ и безотказная работа объекта.

Когда элементарные события (исходы) в некотором опыте являются равновозможными, несовместными и образуют полную группу, тогда вероятностью некоторого события A называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов $N_б$ к общему числу всех исходов $N_о$.

$$P(A) = \frac{N_б}{N_o}. \tag{2.2}$$

Исходы называются благоприятствующими событию A, если появление этих исходов влечет за собой появление события A. Определенная таким образом вероятность называется математической или классической вероятностью.

Существуют события, к которым невозможно применить классическое определение вероятности. Чаще всего это связано с потерей равновозможности элементарных исходов, или с невозможностью представить результат испытания в виде совокупности элементарных исходов.

Поэтому наряду с классическим определением вероятности, используют понятие статистической вероятности или частоты события.

Если проводится серия из n опытов, в каждом из которых может появиться событие A, то частотой события в данной серии опытов называют отношение числа опытов, в которых появилось событие A, к общему числу произведенных опытов.

$$P^*(A) = \frac{m}{n}, \tag{2.3}$$

где m – число появлений событий A;

n – общее число опытов.

Для небольшого числа опытов n частота событий A носит в значительной степени случайный характер и может заметно изменяться от одной группы опытов к другой. При увеличении числа опытов частота события $P^*(A)$ имеет тенденцию приближаться к вероятности $P(A)$.

2.2. Теоремы применяемые в теории надежности

Теоремы сложения вероятностей

Суммой $A+B$ двух событий A и B называют событие, состоящее в появлении события A, или события B, или обоих этих событий.

Если события A и B несовместные, то $A+B$ появление только одного из этих событий, безразлично какого.

Произведением двух событий A и B называют событие $A \cdot B$, состоящее в совместном появлении этих событий.

Произведением нескольких событий называют событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий.

Пример: Устройство состоит из 3-х элементов.

Событие A_1 – вышел из строя 1-ый элемент,

A_2 – вышел из строя 2-ой элемент,

A_3 – вышел из строя 3-ий элемент.

Событие $A_1+A_2+A_3$ – вышел из строя хотя бы один элемент,

$A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$ – все три элемента вышли из строя.

События называются <u>совместными</u>, если появление одно из них не исключает появление другого.

<u>Теорема</u>: Вероятность появления одного из двух несовместных событий А и В равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A+B) = P(A) + P(B). \qquad (2.4)$$

Следствие. Вероятность появления одного из нескольких попарно несовместных событий, равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=P(A_1) +P(A_2)+\ldots+P(A_n).$$

<u>Теорема</u>: Сумма вероятностей событий $A_1, A_2, \ldots A_n$, образующих полную группу, равна единице:

$$P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) = 1. \qquad (2.5)$$

Противоположными A и $\overline{A}$ называют два единственно возможных события, образующих полную группу.

Теорема: Сумма вероятностей противоположных событий равна единице

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1. \qquad (2.6)$$

Пример: Отказ и безотказная работа элемента.

Теорема: Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB). \qquad (2.7)$$

Теорема может быть обобщена на любое конечное число совместных событий

$$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC).$$

Теоремы умножения вероятностей

Условной вероятностью $P_A(B)$ называют вероятность события B, вычисленную в предположении, что событие A уже наступило.

Теорема: Вероятность совместного появления двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило

$$P(AB) = P(A)\, P_A(B). \qquad (2.8)$$

Следствие. Вероятность совместного появления нескольких зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условные вероятности всех остальных, причем вероятности каждого последующего события вычисляются в предположении, что все предыдущие события уже появились.

$$P(A_1 A_2 A_3 \ldots A_n) = P(A \cdot P_{A1}(A_2)\, P_{A1A2}(A_3) \ldots P_{A1\ldots An-1}(A_n),$$

где $P_{A1\ldots An-1}(A_n)$ – вероятность события A_n, вычисленная в предположении, что события $A_1 A_2 A_3 \ldots A_{n-1}$ наступили.

Событие B называют независимым от события A, если появление события A не изменяет вероятности события B, т.е. его условная вероятность равна безусловной вероятности:

$$P_A(B) = P(B).$$

Для независимых событий

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B), \tag{2.9}$$

т.е. вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

Несколько событий называют независимыми в совокупности, если независимы каждые два из них и независимы каждое событие и все возможные произведения остальных.

Вероятность появления нескольких событий, независимых в совокупности, равна произведению вероятностей этих событий

$$P(A_1 A_2 A_3 \ldots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \ldots \cdot P(A_n).$$

Теорема вероятности появления хотя бы одного события

Пусть события $A_1, A_2, \ldots, A_n$ независимы в совокупности, причем $P(A_1) = p_1$, $P(A_2) = p_2$, ..., $P(A_n) = p_n$, а в результате испытаний могут наступить все события, либо часть из них.

Вероятность наступления события A, состоящего в появлении хотя бы одного из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$, независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятности противоположных событий $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \ldots, \overline{A}_n$.

$$P(A) = 1 - q_1 \cdot q_2 \cdot \ldots \cdot q_n, \tag{2.10}$$

где $q_1 = P(\overline{A}),\ q_2 = P(\overline{A}_2), \ldots, q_n = P(\overline{A}_n)$.

В частности, если все n событий имеют одинаковую вероятность, то вероятность появления хотя бы одного из этих событий

$$P(A) = 1 - q^n.$$

Формула полной вероятности

Пусть событие A может наступить при условии появления одного из несовместных событий $H_1, H_2, \ldots H_n$, образующих полную группу, т.е

$$H = H_1 + H_2 + \ldots + H_n \tag{2.11}$$

$$P(H) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) = 1.$$

Вероятности $P(H_i)$, i=1, . . ., n и условные вероятности $P_{H1}(A), P_{H2}(A),..., P_{Hn}(A)$ – известны.

Тогда вероятность события A равна сумме произведений вероятностей $P(H_i)$ на условную вероятность $P_{Hi}(A)$, т.е.

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P_{Hi}(A). \qquad (2.12)$$

Вероятность гипотез Формулы Бейеса

Пусть событие A может наступить при условии появления одного из несовместных событий $H_1, H_2,. . . H_n$, образующих полную группу. Так как неизвестно заранее какое их этих событий наступит, их называют гипотезами. Вероятность события A определяется по формуле (2.12).

Произведено испытание, в результате которого появилось событие A. Тогда условная вероятность любой гипотезы H_i, при условии, что событие A уже произошло, равна

$$P_A(H_i) = \frac{P(H_i)P_{Hi}(A)}{P(A)} = \frac{P(H_i)P_{Hi}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P_{Hi}(A)}, \qquad (2.13)$$

i = 1, 2,…, n.

Формулы Бейеса позволяют переоценить вероятности гипотез после того, как становится известным результат испытания, в котором появилось событие A.

Повторение опытов

В теории надежности приходится встречаться с задачами, в которых один и тот же опыт повторяется неоднократно. В результате каждого испытания может появиться или не появиться некоторое событие A. При этом интерес представляет не результат каждого отдельного испытания, а общее число появлений события A.

Если вероятность события A в каждом испытании не зависит от исходов других испытаний, то такие испытания называются независимыми относительно события A. Будем рассматривать такие независимые испытания, в которых событие A имеет одну и туже вероятность p.

Пусть проводится n независимых испытаний в каждом их которых событие A может появиться с вероятностью p ($0 < p < 1$). Тогда вероятность того, что событие A наступит ровно k раз ($k \le n$, безразлично в какой последовательности), равна

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \tag{2.14}$$

где C_n^k – число сочетаний, тогда

$$P_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} \tag{2.15}$$

где $q = 1 - p$.

Это формула Бернулли, которая дает точное значение вероятности $P_n(k)$.

Вероятность того, что событие наступит:
менее k раз

$$P_n(0) + P_n(1) + \ldots + P_n(k-1); \tag{2.16}$$

более k раз

$$P_n(k+1) + P_n(k+2) + \ldots + P_n(n); \tag{2.17}$$

не менее k раз

$$P_n(k) + P_n(k+1) + \ldots + P_n(n); \tag{2.18}$$

не более k раз

$$P_n(0) + P_n(1) + \ldots + P_n(k). \tag{2.19}$$

Если n>>10, то пользоваться формулой Бернулли достаточно трудно, так как требуется выполнение действий над громадными числами. В этом случае применяют приближенную формулу (теорема Лапласа).

Локальная теорема Лапласа: Если вероятность p появления события A в каждом испытании постоянна ($0 < p < 1$), то вероятность $P_n(k)$ того, что в n испытаниях событие A появится ровно k раз, приближенно равна (тем точнее, чем больше n)

$$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x), \tag{2.20}$$

где $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$; $x=\frac{k-np}{\sqrt{npq}}$; $\varphi(x)$ – находят по таблицам.

$\varphi(-x) = \varphi(x)$ функция является четной, т.е. для отрицательных значений пользуются теми же таблицами.

При необходимости вычислить вероятность того, что в n независимых испытаниях событие A появится не менее k_1 и не более k_2 раз, будем применять интегральную теорему Лапласа.

Если вероятность p наступления события A в каждом испытании постоянна ($0< p < 1$), то вероятность $P_n(k_1, k_2)$того, что в n испытаниях событие A появится от k_1, до k_2 раз, приближенно равна

$$P(k_1,k_2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{x'}^{x''}e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\Phi(x'')-\Phi(x'), \qquad (2.21)$$

где $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{0}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ – функция Лапласа, значения которой табулированы.

Функция $\Phi(x)$ нечетная, т.е $\Phi(-x) = -\Phi(x)$, и при $x > 5$ принимаем значения $\Phi(x) = 0{,}5$.

$$x'=\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}; \quad x''=\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}.$$

Наивероятнейшее число наступлений события

Число K_0 (наступления событий в независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления событий равна p) называют наивероятнейшим, если вероятность того, что событие наступит в этих испытаниях k раз, превышает или не меньше вероятности остальных возможных исходных испытаний.

Наивероятнейшее число K_0 определяется из двойного неравенства

$$np-q\le K_0<np+p. \qquad (2.22)$$

Причем если $np - q$ дробное, то существует одно наивероятнейшее число K_0. Если $np - q$ целое, то существует два наивероятнейших числа K_0 и $K_0 + 1$; если число np целое, то наивероятнейшее число $K_0 = np$.

В тех случаях, когда вероятность P появления события A из опыта к опыту меняется, определение вероятности появления события A ровно k раз из группы n независимых опытов производится на основании производящей функции.

Производящей функцией вероятностей $P_n(k)$ называют функцию, определяемую равенством

$$\varphi_n(z) = (p_1 z + q_1)(p_2 z + q_2)\ldots(p_n z + q_n). \qquad (2.23)$$

Вероятность $P_n(k)$ того, что в n независимых испытаниях, в первом из которых вероятность появления события A равна p_1 , во втором – p_2 и т.д., событие появляется ровно k раз, равна коэффициенту при z^k в разложении производящей функции по степени z .

<u>Например</u>, при $n = 2$

$$\varphi_2(z) = (p_1 z + q_1)(p_2 z + q_2) = p_1 p_2 z^2 + (p_1 q_2 + p_2 q_1) z^1 + q_1 q_2$$

Здесь коэффициент $p_1\, p_2$ при z^2 равен вероятности $p_2\,(2)$ того, что в двух испытаниях событие A появится 2 раза, коэффициент $p_1\, q_2 + p_2\, q_1$ при z^1 равен вероятности $p_2\,(1)$ того, что событие A появится 1 раз, коэффициент при z^0 , т.е. свободный член q_1 q_2 равен вероятности $p(0)$ того, что событие A не появится ни одного раза.

2.3. Случайные величины и их характеристика

Внезапные отказы определяются случайными неблагоприятными сочетаниями нескольких факторов. Случайность связана с тем, что причины события остаются для нас скрытыми. Существенное рассеяние при эксплуатации горных машин и электрооборудования имеют действующие нагрузки, механические характеристики материалов и деталей, зазоры, натяги, критерии ресурсов усталости, износа и т.д.

Поэтому в расчетах надежности многие параметры должны рассматриваться как случайные величины с известными возможными значениями.

При испытаниях эти параметры принимают то или иное значение, заранее неизвестно какое.

Случайные величины могут быть дискретного и непрерывного вида.

Дискретная случайная величина X может получить значения $x_1, x_2,..., x_n$. Каждое из этих значений возможно, но не достаточно, и величина x может принять каждое из них с вероятностью $p_1, p_2,.., p_n$.

В результате опыта величина X примет одно из значений x: т. е. произойдет одно из полной группы несовместных событий:

$$\left.\begin{matrix} X = x_1 \\ X = x_2 \\ \ldots\ldots\ldots \\ X = x_n \end{matrix}\right\}$$

Так как несовместные события образуют полную группу, то

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

Эта суммарная вероятность каким-то образом распределена между отдельными значениями.

Если в точности будет указано, какой вероятностью обладает каждое из возможных значений случайной величины, то случайная величина будет полностью описана с вероятностной точки зрения.

Соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими вероятностями, называется законом распределения случайной величины.

Наиболее простой формой задания закона распределения дискретных случайных величин является ряд распределения.

Ряд распределения может быть представлен в виде табл. 2.1, в которой против каждого из возможных значений случайной величины $X = x_i$ указывается соответствующая вероятность p_i.

Таблица 2.1

Ряд распределения

x_i	x_1	x_2	x_3	. . .	x_{n-1}	x_n
p_i	p_1	p_2	p_3	. . .	p_{n-1}	p_n

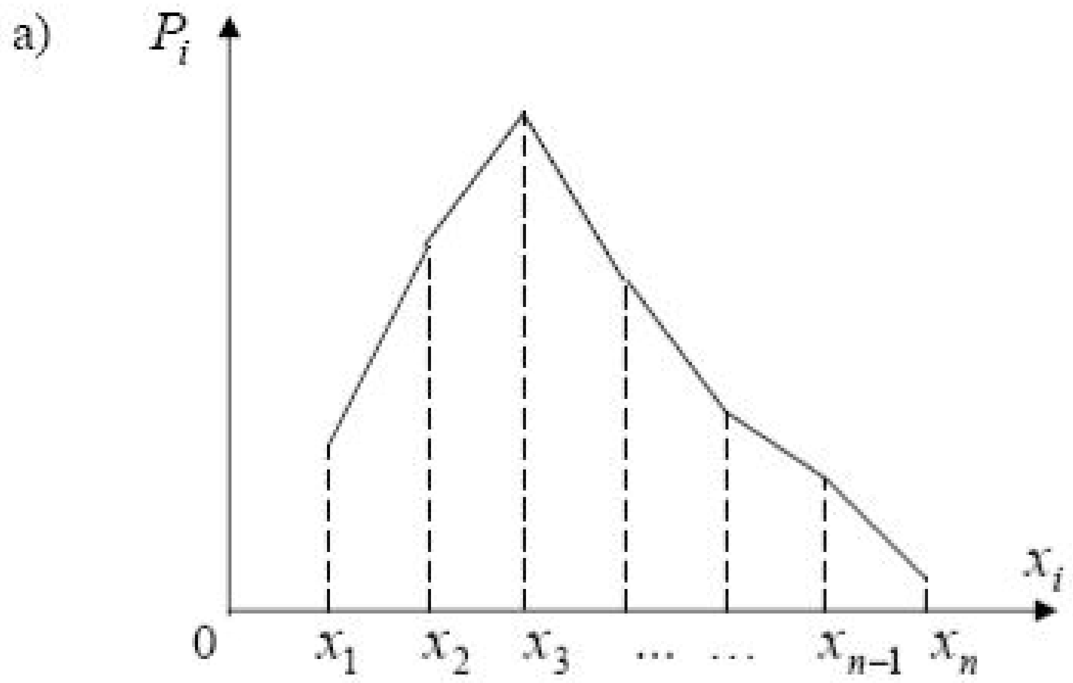
Полной и универсальной формой задания закона распределения случайной величины является функция распределения, называемая также интегральной функцией распределения или интегральным законом распределения.

Для дискретных случайных величин функция распределения имеет вид

$$F(x) = \sum_{x_i < x} P(X = x_i). \qquad (2.24)$$

где неравенство $x_i < x$ под знаком суммы указывает, что суммирование распространяется на все те значения x_i, которые меньше x.

Для наглядности дискретное распределение изображают в виде многоугольника распределения (рис. 2.1).



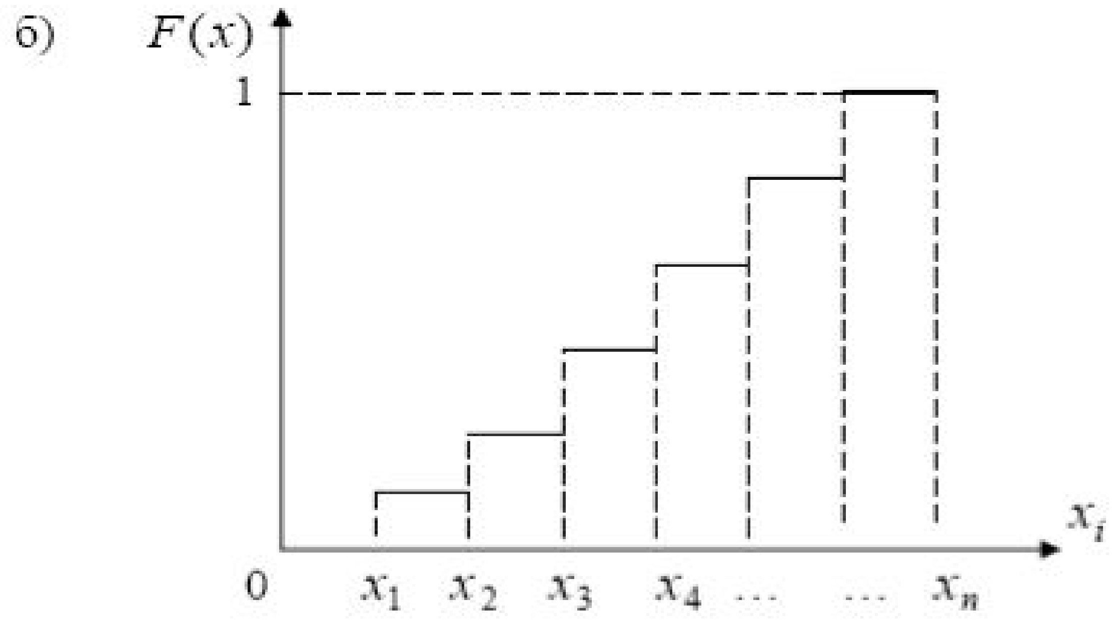


Рис. 2.1. а – многоугольник распределения;
б – график функции распределения (дискретная величина)

Когда текущая переменная x проходит через какое-нибудь из возможных значений дискретной величины X, функция распределения меняется скачкообразно, причем величина скачка равна вероятности этого значения. Сумма всех возможных скачков функции $F(x)$ равна единице.

График функции распределения дискретной случайной величины представляет собой ступенчатую кривую. Поскольку для непрерывной случайной величины нельзя перечислить все её возможные значения, то для количественной характеристики непрерывного распределения пользуются не вероятностью события $X = x$, а вероятностью события $X < x$. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = P(X < x) \tag{2.25}$$

где x – некоторая текущая переменная.

Функция распределения $F(x)$ является неубывающей функцией своего аргумента, т. е. $F(x_2) \geq F(x_1)$ при $x_2 \geq x_1$.

На минус бесконечности функция распределения равна нулю,

$$F(-\infty) = 0. \tag{2.26}$$

На плюс бесконечности функция распределения равна единице,

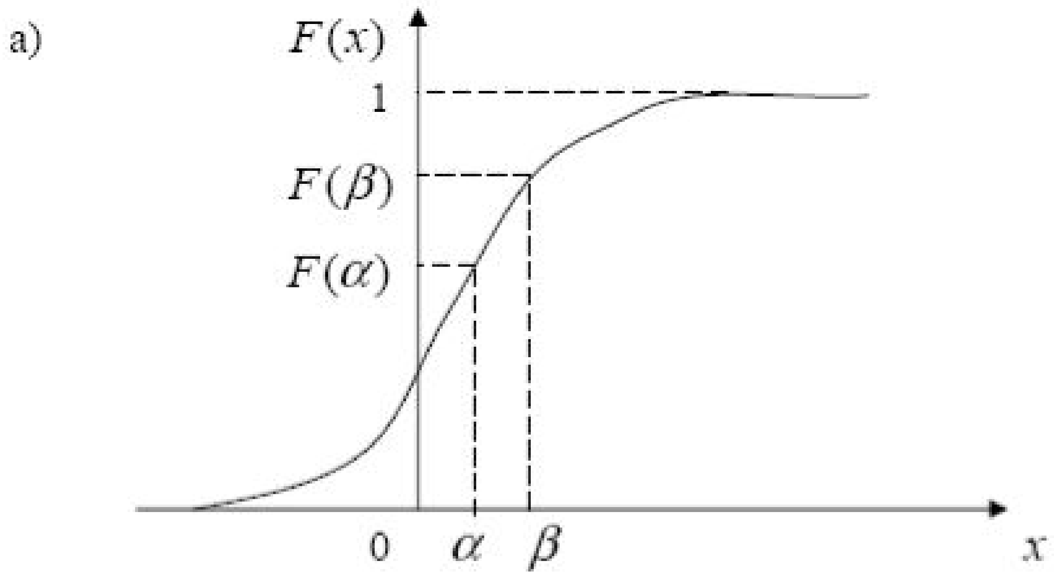
$$F(+\infty)=1. \tag{2.27}$$

График функции распределения непрерывной случайной величины представлен на рис. 2.2.

Зная функцию распределения случайной величины легко определить вероятность попадания случайной величины на заданный участок.

При решении практических задач часто оказывается необходимым вычислить вероятность того, что случайная величина примет значение, заключенное в каких-то пределах от α до β. При этом обычно левый конец α включается в участок [(α, β), а правый β – не включается. Тогда попадание случайной величины X на участок [(α, β), равносильно выполнению неравенства

$$\alpha \le X < \beta.$$



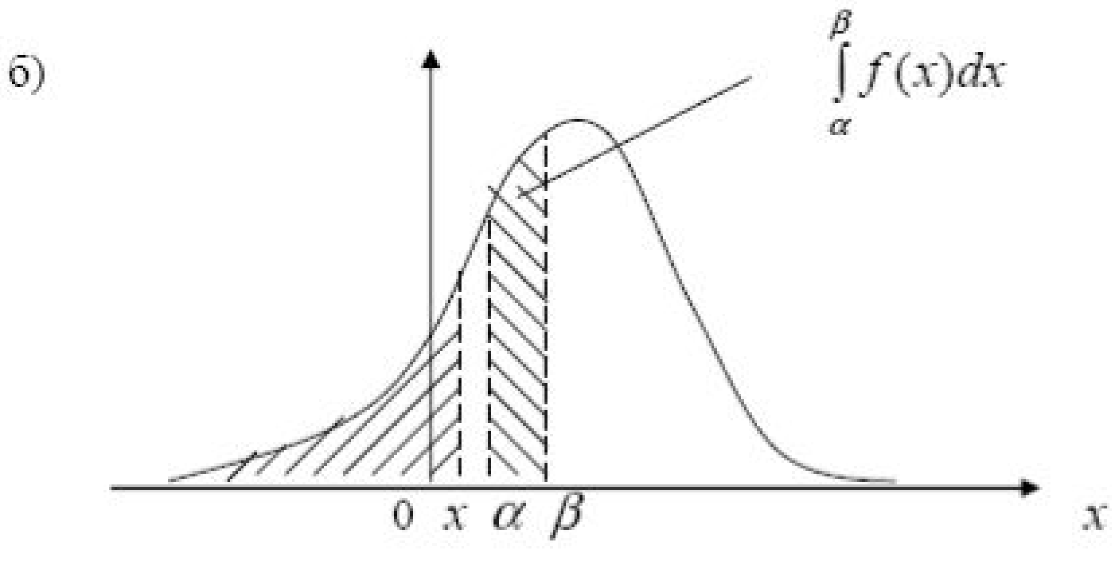


Рис. 2.2. а – график функции распределения;
б – плотность распределения непрерывной случайной величины

Вероятность этого события может быть выражена через функцию распределения величины X .

Рассматриваются три события:

событие A: $(X < \beta)$
событие B: $(X < \alpha)$
событие C: $(\alpha \le X < \beta)$.

Учитывая, что $A = B + C$, согласно теореме сложения вероятностей

$$P(A) = P(B) + P(C), \tag{2.28}$$

или
$$P(X < \beta) = P(X < \alpha) + P(\alpha \le X < \beta). \tag{2.29}$$

Поскольку $P(X < \beta) = F(\beta)$, а $P(X \le \alpha) = F(\alpha)$, имеем

$$P(\alpha \le X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha), \tag{2.30}$$

т.е. вероятность попадания случайной величины на заданный участок равна приращению функции распределения на этом участке.

Для характеристики непрерывных случайных величин наряду с функцией распределения широко используется плотность вероятности $f(x)$, называемая дифференциальным законом распределения

$$f(x) = F'(x) . \tag{2.31}$$

График плотности вероятности называется кривой распределения.

Плотность вероятности является неотрицательной функцией $f(x) \geq 0$, так как функция распределения является неубывающей.

Интеграл в бесконечных пределах от плотности вероятности равен единице:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1, \tag{2.32}$$

т.е. площадь, ограниченная кривой распределения и осью абсцисс, равна единице.

Функция распределения может быть выражена через плотность вероятности

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx. \tag{2.33}$$

Геометрически $F(x)$ – площадь под кривой распределения, лежащая левее точки x .

Вероятность попадания величины X на отрезок от α до β выражается через плотность вероятности следующим образом:

$$P(\alpha < X\ \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx. \tag{2.34}$$

Геометрически вероятность попадания случайной величины X на участок от α до β равна площади под кривой распределения $f(x)$, ограниченной ординатами в точках α и β.

Для описания случайных величин широко используются числовые характеристики.

<u>Математическим ожиданием M_x</u> случайной величины, или её средним значением, называется сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятность этих значений.

Для дискретных случайных величин

$$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i\ . \tag{2.35}$$

Для непрерывных случайных величин

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \tag{2.36}$$

Модой *Mo* случайной величины называется то её значение, в которой плотность вероятности максимальна (рис. 2.3).

Медианой *Me* случайной величины называется такое её значение, для которого одинаково вероятна случайная величина меньше или больше *Me* (рис. 2.3).

Для характеристики случайных величин используются также начальные и центральные моменты.

Начальным моментом *k-го* порядка дискретной случайной величины X называется сумма вида

$$a_k = \sum_{i=1}^{n} x_i^k p_i . \tag{2.37}$$

Для непрерывной случайной величин

$$d_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x) dx . \tag{2.38}$$

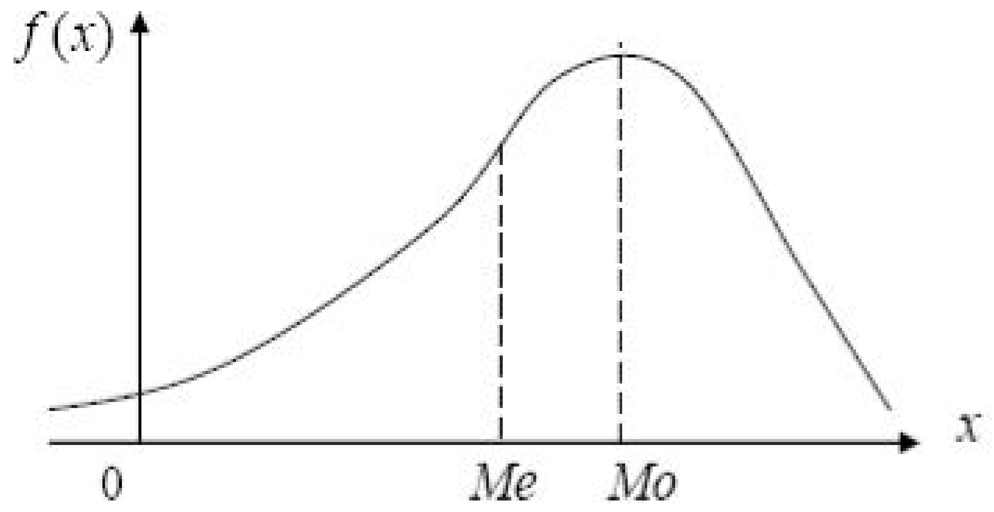


Рис. 2.3. Мода и медиана случайной величины

В отличие от начальных моментов центральные относятся к централизованным случайным величинам.

Централизованной случайной величиной X называется отклонение от ее математического ожидания:

$$\dot{X} = X - M(X). \tag{2.39}$$

Центральные моменты k –го порядка находятся из выражений:
для дискретной случайной величины

$$M_k = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - m_x\right)^k p_i , \qquad (2.40)$$

для непрерывной случайной величины

$$M_k = \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - m_x\right)^k f(x) dx . \qquad (2.41)$$

Из всех моментов для характеристики случайных величин чаще всего применяют первый начальный момент a_1, представляющий собой математическое ожидание случайной величины $a_1 = m_x$, и второй центральный момент M_2 , называемый дисперсией D_x случайной величины.

Для дискретной случайной величины

$$D(X) = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - m_x\right)^2 p_i . \qquad (2.42)$$

Для непрерывной случайной величины

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - m_x\right)^2 f(x) dx . \qquad (2.41)$$

Дисперсия является характеристикой рассеивания случайной величины, разбросанности её значений около математического ожидания.

Наряду с дисперсией пользуются средним квадратическим отклонением случайной величины

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} . \qquad (2.42)$$

Отношение вида

$$V_x = \frac{\sigma_x}{m_x} \qquad (2.43)$$

называется коэффициентом вариации (изменчивости) случайной величины.

Квантилью называют значение случайной величины, соответствующее заданной вероятности.

Квантиль, соответствующая вероятности 0,5, называется медианой, т. е. площадь под графиком функции плотности делится медианой пополам.

Система двух случайных величин

При решении практических вопросов надежности горных машин возникают задачи, в которых результат опыта описывается не одной случайной величиной, а несколькими.

Функцией распределения системы двух случайных величин $(X\ ,Y)$ называется вероятность совместного выполнения двух неравенств

$$F(x, y) = P\{(X < x)(Y < y)\}. \qquad (2.44)$$

Закон распределения системы непрерывных случайных величин обычно задаётся не функцией распределения, а плотностью вероятности распределения.

Плотность распределения системы двух случайных величин $f\ (x,\ y)$ представляет собой вторую смешанную частную производную функции $F(x, y)$ по x и y .

$$f(x, y) = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y} = F''xy(x, y). \qquad (2.45)$$

Плотность распределения системы является неотрицательной функцией

$$f(x, y) \geq 0. \qquad (2.46)$$

Двойной интеграл в бесконечных пределах от плотности распределения системы равен единице

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dxdy = 1. \qquad (2.47)$$

Плотность распределения системы двух случайных величин равна плотности распределения одной из величин, входящих в систему, умноженной на условную плотность распределения другой величины, вычисленную при условии, что первая величина приняла заданное значение

$$f(x, y) = f_1(x) f(y / x), \qquad (2.48)$$

или

$$f(x, y) = f_2(y) f(x / y).$$

Для независимых случайных величин, когда закон распределения каждой из них не зависит от того, какое значение приняла другая,

$$f(x, y) = f_1(x) f_2(y), \tag{2.49}$$

т.е. плотность распределения системы независимых случайных величин равна произведению плотностей распределения отдельных величин, входящих в систему.

Важной числовой характеристикой системы двух случайных величин является второй смешанный центральный момент k_{xy}, который называется корреляционным моментом (моментом связи) случайных величин X, Y.

Для дискретных случайных величин

$$k_{x,y} = \sum_i \sum_j (x_i - m_x)(y_j - m_y) p_{ij}, \tag{2.50}$$

для непрерывных

$$k_{x,y} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)(y - m_y) f(x, y)\, dx dy. \tag{2.51}$$

Корреляционный момент описывает кроме рассеивания X и Y ещё и связь между ними.

Для характеристики связи между случайными величинами X и Y в чистом виде используется безразмерная характеристика, называемая коэффициентом корреляции величин X и Y.

$$r_{x,y} = \frac{k_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}. \tag{2.52}$$

Для независимых случайных величин корреляционный момент $k_{x,y}$, а следовательно, и коэффициент корреляции $r_{x,y}$, равны нулю. Такие случайные величины называются некорреляционными.

Если корреляционный момент системы двух случайных величин отличен от нуля, то это является признаком наличия зависимости между ними.

Математическое ожидание суммы двух случайных величин равно сумме их математических ожиданий

$$M(X + Y) = M(X) + M(Y). \tag{2.53}$$

Математическое ожидание произведения двух случайных величин равно произведению их математических ожиданий плюс корреляционный момент:

$$M(XY) = M_x M_y + k_{x,y}. \quad (2.54)$$

Дисперсия суммы двух случайных величин равна сумме их дисперсий плюс удвоенный корреляционный момент:

$$D(X+Y) = D(X) + D(Y) + 2k_{x,y}. \quad (2.55)$$

Для независимых случайных величин

$$M(XY) = M(X)\,M(Y); \quad (2.56)$$

$$D(X+Y) = D(X) + D(Y); \quad (2.57)$$

$$D(XY) = D(X)D(Y) + M_x^2 D(Y) + M_y^2 D(X). \quad (2.58)$$

2.4. Способы задания законов распределения

2.4.1. Способы задания дискретных случайных величин

При решении различных задач надёжности используются законы распределения вероятностей как дискретных, так и непрерывных случайных величин.

Наиболее часто используемыми распределениями для дискретных случайных величин являются биноминальное распределение и распределение Пуассона.

Биноминальным распределением называется закон распределения случайной величины X – числа k появлений события в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p.

Вероятность появления каждого из возможных значений $X = k$ (где k – число появления события) вычисляется по формуле Бернулли

$$P_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}. \quad (2.59)$$

Если число испытаний велико, а вероятность появления событий в каждом испытании мала, то используется формула

$$P_n(k)=\frac{a^k e^{-a}}{k!}, \qquad (2.60)$$

где k – число появлений события в n независимых испытаниях;

$a = n \cdot p$ – среднее число появлений события в n испытаниях.

Распределение дискретной случайной величины X , описываемой формулой (2.60), называется распределением Пуассона.

2.4.2. Способы задания непрерывных случайных величин

Наиболее часто используемые законами распределения непрерывных случайных величин, характеризующих надежность изделий и их элементов, являются: экспоненциальный, нормальный, логарифмическинормальный и распределение Вейбулла.

Надежность в период нормальной эксплуатации. В этот период постепенные отказы ещё не появляются, и надежность характеризуется внезапными отказами. Эти отказы вызываются неблагоприятным стечением многих обстоятельств и поэтому имеют постоянную интенсивность, которая не зависит от возраста изделия.

$$\lambda(x)=\lambda=const, \qquad (2.61)$$

где, $\lambda = 1/m_x$; m_x – математическое ожидание случайной величины (обычно в часах).

Вероятность безотказной работы

$$P(x)=e^{-\int_0^x \lambda dx}=e^{-\lambda x}. \qquad (2.62)$$

Она подчиняется экспоненциальному закону распределения времени безотказной работы и одинакова за любой период времени нормальной эксплуатации.

Экспоненциальным законом распределения можно аппроксимировать время безотказной работы широкого круга объектов: высокопроизводительных механизированных очистительных и проходческих комплексов, экскаваторов и др. в период после приработки и до существенного проявления постепенных отказов.

Существенное достоинство экспоненциального распределения, его простота, оно имеет только один параметр.

При экспоненциальном законе плотность распределения (плотность вероятности) случайной величины описывается формулой

$$f(x)=\frac{1}{m_x}e^{\frac{x}{m_x}}, \qquad (2.63)$$

где m_x – математическое ожидание случайной величины.

Среднее квадратическое отклонение σ_x случайной величины X, распределённой по экспоненциальному закону, равно её математическому ожиданию m_x, т.е. коэффициент вариации v =1.

Функция распределения экспоненциального закона имеет вид

$$F(x)=\frac{1}{m_x}\int_0^x e^{-\frac{x}{m_x}}dx=1-e^{-\frac{x}{m_x}}. \qquad (2.64)$$

Графики плотности вероятности $f(x)$ и функции $F(x)$ экспоненциального закона представлены на рис. 2.4.

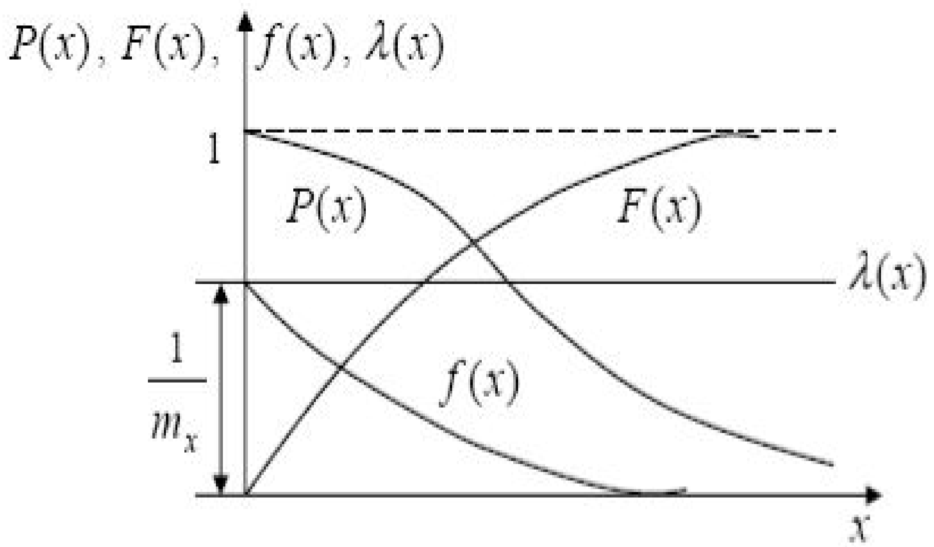


Рис. 2.4. Функция распределения, плотность вероятности и интенсивность отказов для экспоненциального закона распределения

Например, оценить вероятность *P(x)* отсутствие внезапных отказов проходческого комбайна в течение 10000 ч, если интенсивность отказов

$\lambda = 1/m_x = 10^{-8}$ ч$^{-1}$

$P(x) = e^{-\lambda x} = 0{,}9999.$

Если $\lambda x \le 0{,}1$, то $P(x) = 1\text{-}\lambda x = 1\text{-}10^4 \cdot 10^{-8} = 1\text{-}0{,}000\text{=}0{,}9999.$

Расчет даёт точное совпадение.

Для постепенных (износовых) отказов нужны законы распределения времени безотказной работы, которые дают низкую плотность распределения.

В связи с многообразием причин и условий возникновения отказов в этот период для описания надежности применяют наиболее универсальное распределение – нормальное.

Распределение всегда подчиняется нормальному закону, если на изменение случайной величины оказывают влияние многие примерно равнозначные факторы.

Нормальному распределению подчиняется наработка до отказа многих восстанавливаемых и невосстанавливаемых деталей, размеры и ошибки измерений и т. д.

Нормальное распределение характеризуется плотностью вероятности вида

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}}. \qquad (2.65)$$

Пределы изменения случайной величины X:

$$-\infty < X < +\infty.$$

Функция нормального распределения описывается формулой

$$F(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz, \qquad (2.66)$$

где $z = \dfrac{x - m_x}{\sigma_x}$.

Так как интеграл $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \displaystyle\int_{-\infty}^{0} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 0{,}5$, то

$$F(x) = 0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 0{,}5 + \Phi(x), \qquad (2.67)$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ – функция Лапласа.

Φ(x) является нечетной функцией, т.е. *Φ(-x) = Φ(x)*.

Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал [α, β] равна

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - m_x}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - m_x}{\sigma_x}\right). \qquad (2.68)$$

Для нормального закона распределения

$$P\left(m_x - 3\sigma_x < x < m_x + 3\sigma\right) = 0{,}997,$$

т.е. вероятность отклонения случайной величины от ее математического ожидания за пределы 3σ очень мала и составляет всего лишь 0,3 % (рис. 2.5).

Сближение параметров и оценок увеличивается с увеличением числа испытаний.

Математическое ожидание определяет на графике положение петли, а среднее квадратическое отклонение – ширину петли (рис. 2.6.).

Кривая плотности распределения, тем острее и выше, чем меньше σ_x. Квантиль нормального распределения определяется

$$U_p = (x - m_x)/\sigma_x. \qquad (2.69)$$

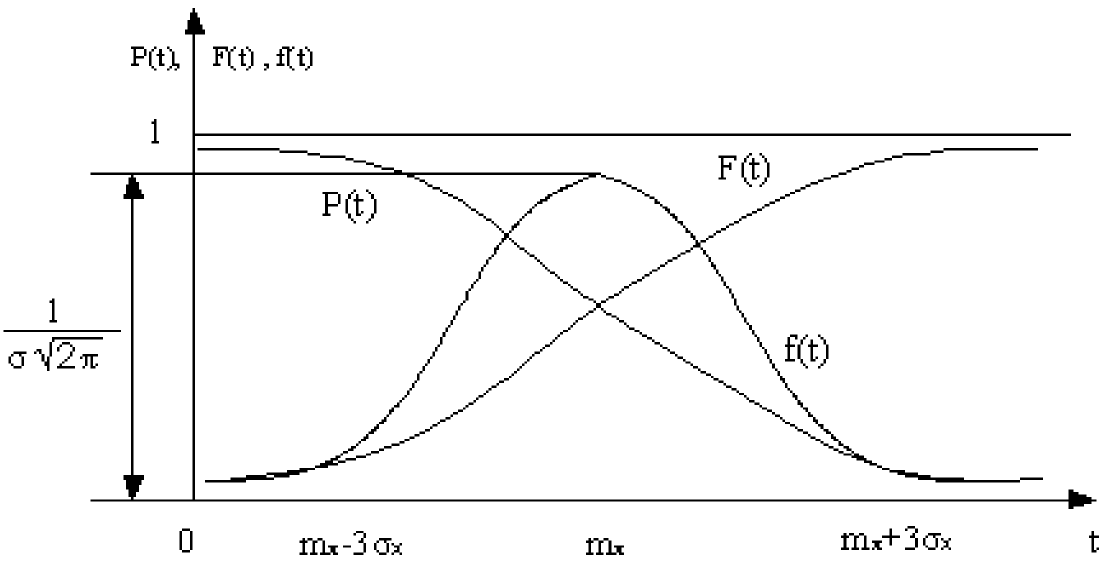


Рис. 2.5. Графики функции плотности вероятности и распределения отказов нормального распределения

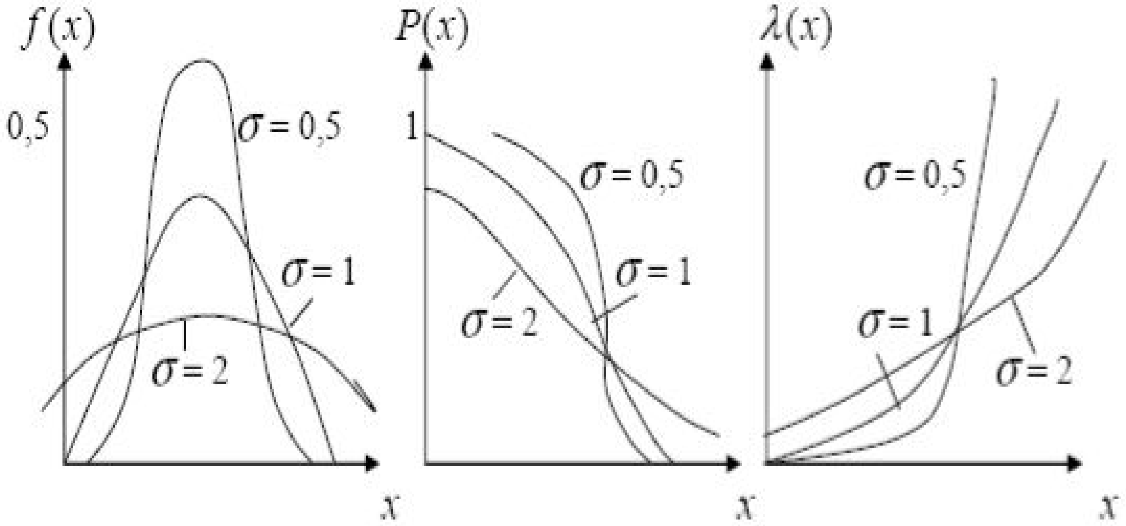


Рис. 2.6. Основные характеристики нормального распределения при разных значениях среднего квадратического отклонения

Например, определить вероятность $P(t)$ безотказной работы в течение $t = 1{,}5 \cdot 10^4$ ч изнашиваемого подвижного сопряжения, если ресурс подчиняется нормальному распределению с параметрами $m_t = 4 \cdot 10^4$ ч, $\sigma = 10^4$ ч.

Находим квантиль $U_p = \dfrac{1{,}5 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4}{10^4} = 2{,}5$.

По табл. П6 находим $P(t) = 0{,}9938$.

В теории надежности широко используется усеченное нормальное распределение, получаемое из нормального при ограничении интервала возможных значений случайной величины x_1, x_2. Оно в частности, вносит уточнения в расчеты надежности по сравнению с нормальным распределением при больших значениях коэффициента вариации $V = \sigma_x / m_x$.

Плотность вероятности $f(x)$ усеченного нормального распределения равна $f'(x) = cf(x)$,

где c – нормирующий множитель, определяемый из условия, что площадь под кривой распределения равна единице

$$c = \frac{1}{\Phi(U_2) - \Phi(U_1)}, \tag{2.70}$$

где $U_1 = \dfrac{x_1 - m_x}{\sigma_x}$, $U_2 = \dfrac{x_2 - m_x}{\sigma_x}$.

Когда возможные значения случайной величины X лежат в интервале $(0,+\infty)$

$$c=\frac{1}{0{,}5+\Phi\left(\dfrac{m_x}{\sigma_x}\right)}.$$

Примером усеченных распределений может быть распределение параметра качества изделий после отбраковки части изделий по этому параметру.

В логарифмически нормальном распределении логарифм случайной величины распределяется по нормальному закону. Как распределение положительных величин, оно несколько точнее чем нормальное, описывает наработку до отказа деталей, в частности по усталости деталей (подшипников качения, электронных ламп и др.)

Логарифмически нормальное распределение удобно для случайных величин, представляющих собой произведение значительного числа случайных исходных величин, подобно тому, как нормальное распределение удобно для суммы случайных величин.

При логарифмически-нормальном законе логарифм случайной величины X распределен по нормальному закону.

Плотность вероятности имеет вид

$$f(x)=\frac{M}{x\sigma_x\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(lg\,x-lg\,m_x)^2}{2\sigma_x^2}}, \qquad (2.71)$$

где M = 0,4343 – коэффициент перехода от натуральных логарифмов к десятичным;

σ_x – среднее квадратическое отклонение логарифма случайной величины.

Вероятность безотказной работы можно определить по таблицам для нормального распределения в зависимости от значения квантили

$$U_p=(lg\,x-lg\,m_x)/\sigma_x.$$

Например, определить вероятность $P(x)$ отсутствие усталостных повреждений вала в течение t = 10^4 ч, если ресурс распределен логарифмически нормально с параметрами $lg\ m_x = 4{,}5$; σ_x=0,25.

$$P(t) = F_0\left(\frac{lg\ x - lg\ m_x}{\sigma_x}\right) = F_0\left(\frac{lg\,10^4 - 4{,}5}{0{,}25}\right) = 0{,}9772.$$

Распределение Вейбулла довольно универсально, охватывает путем варьирования параметров широкий диапазон случаев изменения вероятностей. Вместе с логарифмически нормальным распределением оно удовлетворительно описывают наработку деталей по усталостным разрушениям.

Используется для оценки надежности деталей и узлов автомобилей, тракторов, подъемных машин и всех видов транспортных машин.

Распределение Вейбулла имеет плотность вероятности типа (рис. 2.7)

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x^\alpha}{\beta}}, \tag{2.72}$$

и функцию распределения

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x^\alpha}{\beta}}. \tag{2.73}$$

Параметры распределения α и β находятся по формулам

$$\alpha = \frac{ln\,ln\left[\dfrac{1}{1 - J(R_1)}\right] - ln\,ln\left[\dfrac{1}{1 - J(R_2)}\right]}{ln\,R_1 - ln\,R_2};$$

$$\beta = \frac{R_1^2}{ln\left[\dfrac{1}{1 - J(R_1)}\right]}.$$

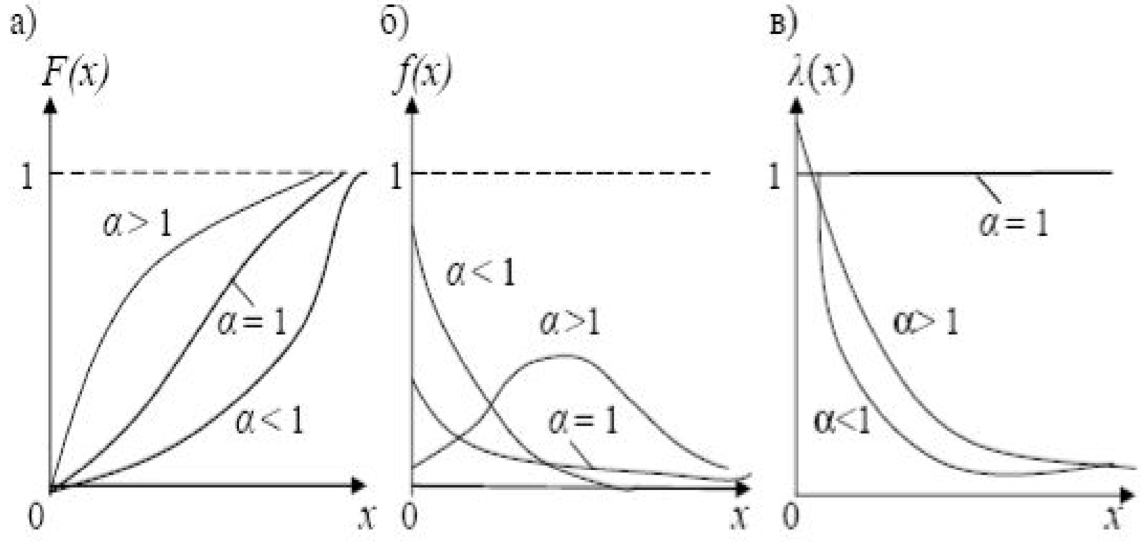


Рис. 2.7. Функция (а), плотность (б) и интенсивность (в) распределения Вейбулла

Правила пользования этими формулами можно уяснить на примере. Данные для расчета следующие:

Длительность испытаний, ч	Количество отказавших элементов, шт	Доля отказавших элементов
90	26	0,26
200	36	0,36
500	44	0,44
900	57	0,57
1500	77	0,77
2100	79	0,79
4300	87	0,87

Проведены испытания партии элементов в количестве $N = 100$ шт.

Выбираем границы разбиения R_1 и R_2 опытных данных таким образом, что $R_1 < R_2$.

Пусть $R_1 = 200$ ч и $R_2 = 2100$ ч. Далее подсчитывается количество элементов n_i, отказавших в диапазонах О – R_1 и О – R_2 . Эти количества равны соответственно О – $R_1 = 36$ и О – $R_2 = 79$.

Затем находятся отношения $J(R_1)=\dfrac{n(R_1)}{N}$; $J(R_2)=\dfrac{n(R_2)}{N}$, т.е. доля отказавших элементов к моментам времени R_1 и R_2 .

В рассматриваемом примере $J(R_1) = 0{,}36$; $J(R_2) = 0{,}79$.

Значения $J_1(x)=ln\dfrac{1}{1-x}$ и $J_2(x)=ln\,ln\dfrac{1}{1-x}$ находят по таблицам ($\alpha = 0{,}532$; $\beta = 37{,}6$).

Для приближенной оценки параметров Вейбулла можно использовать вероятностную бумагу.

3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОТКАЗОВ

3.1. Основные понятия и определения

Одним из основных понятий теории надёжности является понятие отказа (объекта, элемента, системы).

Отказом называется событие, заключающееся в полной или частичной утрате работоспособности.

Для установления причин отказов, виновников их возникновения и разработки мероприятий по снижению вероятности их возникновения служит классификация отказов (рис. 3.1). Отказы делят по причине возникновения, характеру проявления, взаимосвязи, группам сложности и способу обнаружения. Кроме того, отказы бывают ресурсные и деградационные.

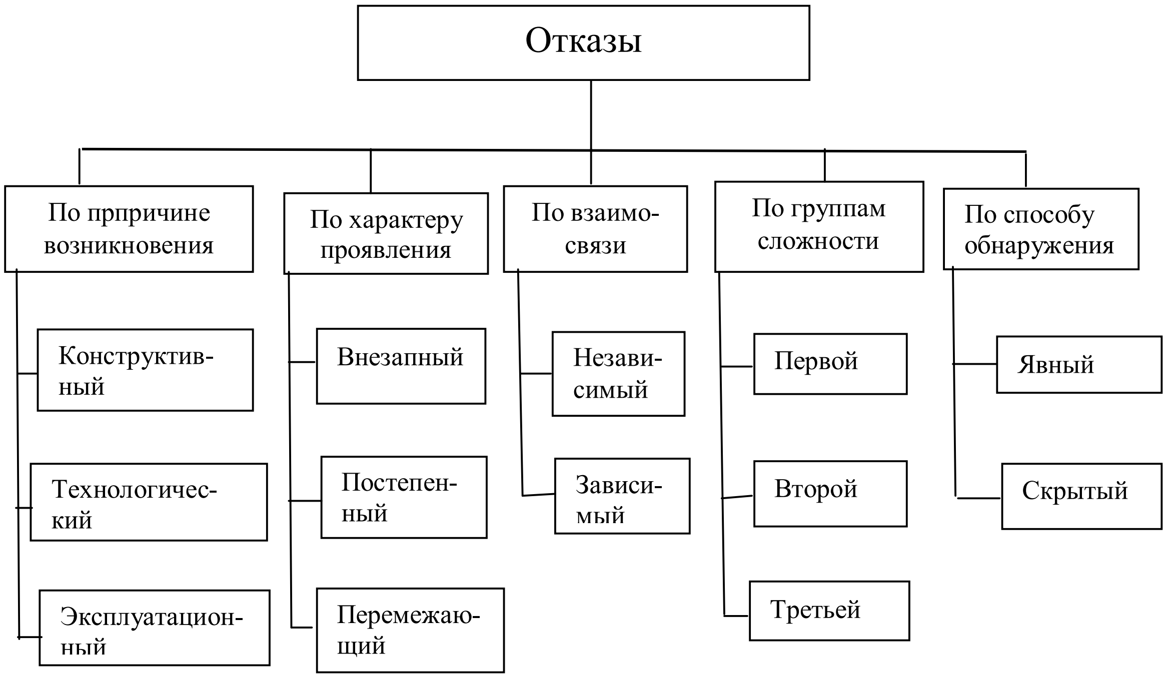


Рис. 3.1. Классификация отказов

По причине возникновения отказы делят на конструктивные, технологические и эксплуатационные.

<u>Конструктивный отказ</u> – отказ, возникающий в результате несовершенства или нарушения установленных правил и (или) норм конструирования объекта.

Конструктивный отказ возникает в результате несовершенствовании конструкции объекта: при наличии ошибочных исходных данных для проектирования, ошибок при выборе кинематики механизмов, выполнении прочностных расчетов, неправильном назначении материала детали, технических требований на изготовление отдельных элементов и объекта в целом.

Желательно мероприятия по устранению конструктивных отказов проводить на более ранних стадиях производства объекта (на этапе разработки конструкторской документации, испытания опытных образцов).

<u>Технологический отказ</u> – отказ, возникающий в результате несовершенства или нарушения установленного процесса изготовления или ремонта объекта, выполнявшегося на ремонтном предприятии.

Технологические отказы возникают в результате неправильного назначения технологических процессов изготовления или восстановления деталей и сборки объекта или служат следствием нарушения принятой технологии, а также неудовлетворительного качества материала деталей или наносимых на них покрытий, несовершенства технологических методов обработки деталей, применения недостаточно точных измерительных средств, невыполнения технических требований на изготовление и сборку элементов и объекта в целом.

<u>Эксплуатационный отказ</u> – отказ, возникающий в результате нарушения установленных правил и (или) условий эксплуатации объекта.

Эксплуатационные отказы возникают вследствие использования объектов в условиях, для которых они не предназначались, нарушения правил эксплуатации (недопустимые перегрузки, невыполнение правил ТО, несвоевременное проведение регулировок, применение не соответствующих требованиям топливосмазочных материалов, несоблюдение правил транспортировки и хранения).

<u>По характеру проявления</u> отказы подразделяют на внезапные, постепенные и перемежающиеся.

<u>Внезапный отказ</u> – отказ, характеризующийся скачкообразным изменением значений одного или нескольких заданных параметров объекта.

Внезапные отказы возникают вследствие вполне определенных причин (усталостное разрушение деталей, поломка деталей из-за внутренних дефектов или перегрузок, коробление деталей вследствие местных значительных перегрузок и т.д.). Однако установить их заранее, как правило, не удается, и поэтому связанные с этими причинами отказы с точки зрения эксплуатации возникают неожиданно.

Характерные примеры внезапных отказов – аварийные поломки деталей, пробивание прокладки головки блока цилиндров, соскакивание цепей и т.д.

<u>Постепенный отказ</u> возникает в результате постепенного изменения значения одного или нескольких заданных параметров объекта.

Главная причина постепенного отказа – естественное старение и изнашивание (увеличение зазоров, ослабление посадок). К характерным примерам постепенных отказов двигателя относят предельный износ деталей и соединений, повышенный расход масла, низкое давление в смазочной системе, снижение мощности и т.д.

При ТО и ремонтах принимают меры, предупреждающие или увеличивающие наработку до возникновения отказа путем регулировок, замены быстроизнашивающихся деталей.

Перемежающийся отказ – многократно возникающий самоустраняющийся отказ объекта одного и того же характера.

Отказ в этом случае многократно возникает и сам устраняется. Пример такого отказа – ухудшение параметров двигателя из-за образования нагара в камере сгорания. При быстрой езде нагар обычно выгорает и отказ самоустраняется.

По взаимосвязи отказы подразделяют на независимые и зависимые.

Независимый отказ – отказ объекта, не обусловленный отказом другого объекта.

Зависимый отказ – отказ, не обусловленный другими отказами.

Независимый отказ элемента вызывается потерей работоспособности именно этого элемента, а не является следствием потери работоспособности другого элемента технической системы. Например, поломка зубца шестерни масляного насоса двигателя из-за попадания в насос постороннего предмета относится к независимому отказу. Но отказ насоса может привести к задиру или выплавлению подшипников коленчатого вала, отказ которых относится к зависимому.

По группам сложности отказы подразделяют на три группы.

Отказы первой группы сложности устраняют заменой или ремонтом деталей, расположенных снаружи агрегатов или сборочных единиц, или же путем внеочередного проведения операций ежесменного ТО и периодических ТО-1 и ТО-2.

Отказы второй группы сложности устраняют заменой или ремонтом легкодоступных сборочных единиц и агрегатов с раскрытием внутренних полостей основных агрегатов или проведением операций внеочередного ТО-3. Эти отказы можно устранять в полевых условиях, но с участием персонала передвижной ремонтной мастерской.

Отказы третьей группы сложности устраняют, разбирая основные агрегаты в стационарных мастерских.

По способу обнаружения различают явный и скрытый отказы.

Явный отказ – отказ, обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования при подготовке объекта к применению или в процессе его применения по назначению.

Скрытый отказ – отказ, не обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования, но выявляемый при проведении ТО или специальными методами диагностирования.

Существует также ресурсный и деградационный отказы.

Деградационный отказ – отказ, обусловленный естественными процессами старения, изнашивания, коррозии и усталости при соблюдении всех установленных правил и (или) норм проектирования, изготовления и эксплуатации.

Отказы по причинным схемам возникновения подразделяются на следующие группы:

– отказы с мгновенной схемой возникновения;
– отказы с постепенной схемой возникновения;
– отказы с релаксационной схемой возникновения;
– отказы с комбинированными схемами возникновения.

3.2. Распределение вероятностей времени безотказной работы

Продолжительность времени (числа циклов), в течение которого изделие выполняет заданные функции до наступления отказа, является случайной величиной и называется временем безотказной работы.

Статистической моделью отказов рассматриваемого изделия является распределение вероятностей времени безотказной работы.

Распределение вероятностей времени безотказной работы определяется функцией распределения и ее производной, называемой плотностью распределения.

Функция распределения вероятностей времени безотказной работы:

$$F(t) = P\{\tau < t\}, \quad t \ge 0, \tag{3.1}$$

где τ – время безотказной работы.

Выражение (3.1) имеет следующий смысл: функция распределения равна вероятности того, что время безотказной работы τ будет меньше какого-то времени t, причем $t \ge 0$.

Плотность распределения (плотность вероятностей) в общем виде:

$$f(t) = F'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t}. \tag{3.2}$$

Вероятность того, что изделие не откажет до момента времени t:

$$P\{\tau \ge t\} = 1 - F(t) = R(t), \quad t \ge 0, \tag{3.3}$$

называется вероятностью безотказной работы или функцией надёжности.

Свойства распределения случайной величины τ определяют свойства моделей отказов и характеристики надёжности изделия.

3.3. Модели внезапных отказов

Основным свойством схемы внезапных отказов является то, что отказы возникают как следствие ударной нагрузки, поэтому вероятность отказа в течение некоторого интервала времени не зависит от времени работы изделия, предшествующего данному интервалу.

Этим свойством обладает лишь экспоненциальное распределение и его дискретный аналог – геометрическое распределение.

Таким образом, математической моделью внезапных отказов является экспоненциальное распределение времени безотказной работы:

$$F(t,\lambda)=1-e^{-\lambda t}, \quad t\geq 0, \lambda>0. \qquad (3.4)$$

Вид экспоненциального распределения зависит от одного параметра λ, характеризующего масштаб распределения.

Функция плотности:

$$f(t,\lambda)=\lambda e^{-\lambda t}, \quad t\geq 0. \qquad (3.5)$$

Математическое ожидание при экспоненциальном распределении времени безотказной работы:

$$\bar{\tau}=\frac{1}{\lambda}. \qquad (3.6)$$

Дисперсия:

$$D_{\tau}=\frac{1}{\lambda^2}. \qquad (3.7)$$

Функция надёжности (вероятность безотказной работы) из (3.3) и (3.4):

$$R(t)=e^{-\lambda t}. \qquad (3.8)$$

Если время функционирования изделия отсчитывается дискретными единицами (числом пусков, коммутацией и др.), то внезапные отказы описываются с помощью модели геометрического распределения.

Обозначим через τ случайную величину – число единиц дискретного «времени» (число пусков, отключений, коммутаций), при которых изделие остается исправным.

Функция распределения при геометрической модели отказов имеет вид

$$F(x;p)=P\{\tau<x\}=1-(1-p)^x, \qquad (3.9)$$

где x – число единиц дискретного «времени», $x = 0, 1, 2...$;

p – параметр распределения, $0\leq p\leq 1$.

Вероятность того, что до появления отказа пройдет ровно x единиц «времени», определяется выражением

$$f(x;\, p) = P\{\tau < x\} = p(1-p)^{x}. \qquad (3.10)$$

Математическое ожидание τ при геометрической модели распределения:

$$\bar{\tau} = (1-p)p^{-1}. \qquad (3.11)$$

Дисперсия:

$$D_{\tau} = (1-p)p^{-2}. \qquad (3.12)$$

Функция надёжности:

$$R(x) = P\{\tau \geq x\} = (1-p)^{x}. \qquad (3.13)$$

Характеристическим свойством схемы внезапных отказов является то, что они возникают как следствие ударных нагрузок. Поэтому вероятность отказа в течение некоторого интервала времени не зависит от времени работы объекта, предшествующего данному интервалу.

На рис. 3.1 приведены графики законов распределения времени безотказной работы при экспоненциальной и геометрической моделях отказов.

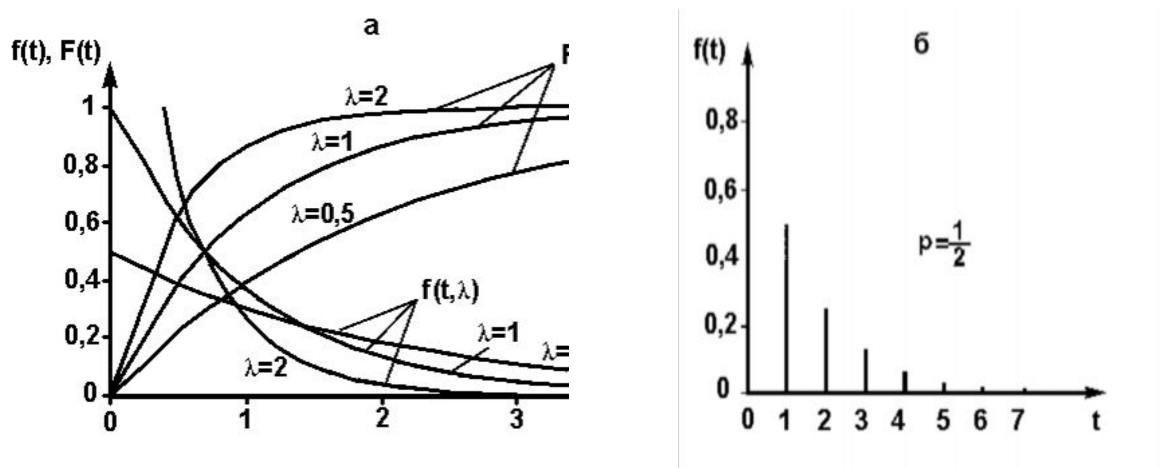


Рис. 3.2. Экспоненциальная (а) и геометрическая (б) модели отказов

3.4. Модели постепенных отказов

Постепенные (износовые) отказы обусловливаются процессами изменения одного или нескольких решающих параметров изделия вследствие его старения (износа).

Распространенная схема износовых отказов – схема с накоплением разрушений. Для этой схемы отказ наступает при накоплении ровно α независимых повреждений при неизменной средней скорости износа λ.

Моделью указанной схемы повреждения является гамма-распределение времени безотказной работы.

Плотность гамма-распределения имеет вид

$$f(t;\alpha;\lambda)=\frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}t^{\alpha-1}e^{-\lambda t}, \quad t\ge 0. \qquad (3.14)$$

Гамма-распределение – двухпараметрическое распределение: $\alpha>0$ определяет форму распределения, $\lambda>0$ – масштаб.

Гамма-функция определяется по формуле

$$\Gamma(\alpha)=\int_0^{\infty} v^{\alpha-1}e^{-v}dv. \qquad (3.15)$$

Для численного определения гамма-функции имеются таблицы.

Гамма-распределение имеет вид, показанный на рис. 3.2.

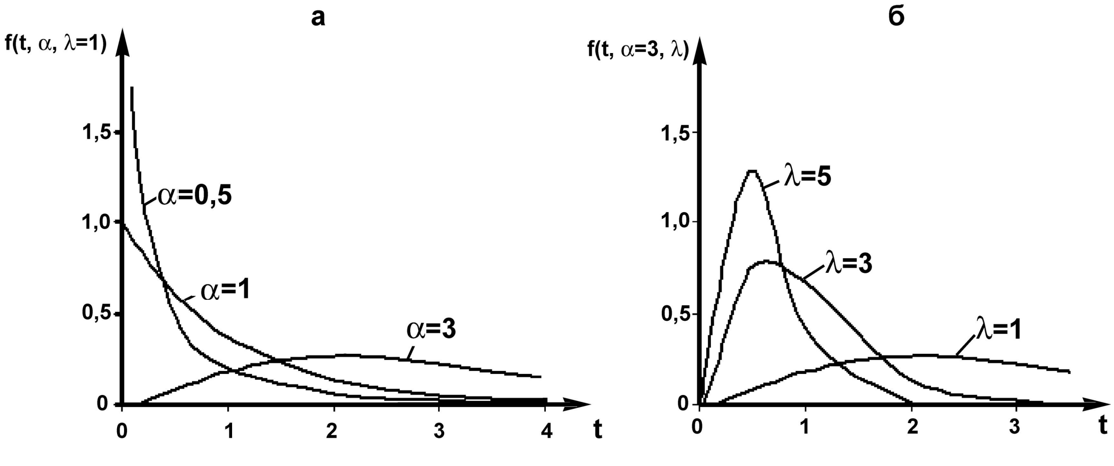


Рис. 3.3. Гамма-распределение – модель постепенных отказов: а – $\lambda=const;\quad \alpha=Var;$ б – $\alpha=const;\quad \lambda=Var$

При $\alpha \le 1$ кривые распределения монотонны, при $\alpha > 1$ – унимодальны с максимумом в точке $(\alpha - 1)/\lambda$.

Функция распределения имеет вид

$$F(t;\alpha;\lambda) = \frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \int_{0}^{t} v^{\alpha-1} e^{-\lambda v} dv, \quad t \ge 0. \qquad (3.16)$$

Математическое ожидание и дисперсия гамма-распределения

соответственно равны:

$$M(t) = \alpha / \lambda; \quad D(t) = \alpha / \lambda^2. \qquad (3.17)$$

С ростом α гамма-распределение приближается к нормальному с параметрами $a = \alpha / \lambda; \quad \sigma^2 = \alpha / \lambda^2$.

Нормальное распределение описывает отказы, возникающие в процессе старения и монотонного изменения решающего параметра, который со временем достигает предельного уровня.

Так как начальное значение этого параметра имеет первоначальный производственный разброс, который определяет значение как случайную величину, распределенную по нормальному закону, то момент наступления отказа также распределен по нормальному закону.

Функция плотности этой модели отказов:

$$f(t,a,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}, \qquad (3.18)$$

где a – математическое ожидание;

σ – дисперсия.

Параметры* a *и* σ *определяют распределение и масштаб распределения.

Функция распределения нормальной модели:

$$F(t,a,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{t} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt. \qquad (3.19)$$

3.5. Модели комбинированных отказов

Универсальной моделью отказов (вероятностью времени безотказной работы) является распределение Вейбулла (рис. 3.3). Эта модель может описывать как схемы мгновенных, так и схемы отказов от старения, износа, усталостного разрушения.

Функция распределения:

$$F(t;\alpha;\lambda)=1-e^{-\lambda t^{\alpha}}, \quad t \ge 0. \tag{3.20}$$

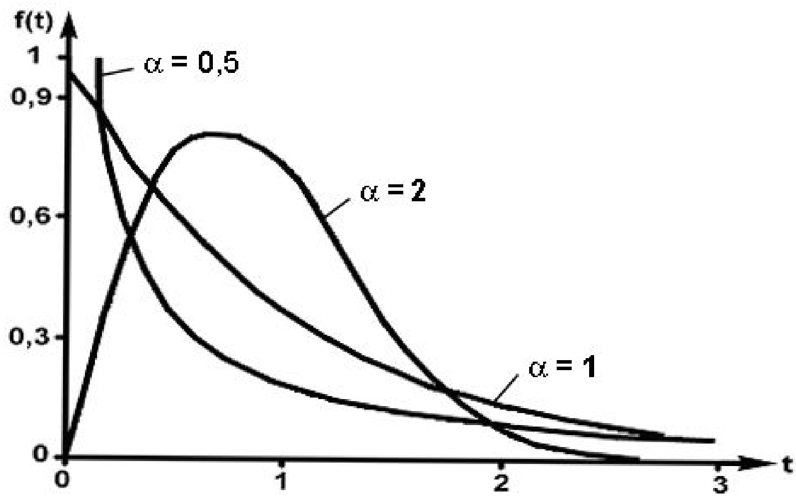


Рис. 3.4. Модель отказов на основе распределения Вейбулла $(\lambda=1)$

Параметры $\alpha>0, \lambda>0$ определяют соответственно форму и масштаб распределения.

Функция плотности распределения:

$$f(t;\alpha;\lambda)=\alpha\lambda t^{\alpha-1}e^{-\lambda t^{\alpha}}, \quad t \ge 0. \tag{3.21}$$

Математическое ожидание и дисперсия:

$$M=\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}{\lambda^{1/\alpha}}; \quad D=\frac{\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)-\Gamma^{2}\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}{\lambda^{2/\alpha}}, \tag{3.22}$$

где $\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right), \Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)$ – гамма-функция.

4. ПОКАЗАТЕЛИ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ НАДЁЖНОСТИ

4.1. Общие сведения и определения

Для количественной характеристики надёжности используют ряд специальных критериев (показателей), называемых характеристиками надёжности.

С учётом того, что возникновение и устранение отказов происходит по закону случайных событий, для количественной оценки надёжности применяются характеристики, используемые в теории вероятностей и математической статистике.

Чаще других применяются следующие показатели надёжности.

Единичные показатели надежности – показатели надежности, характеризующие одно из свойств, составляющих надежность объекта.

Для оценки безотказности:

$P(t)$ – вероятность безотказной работы объекта;

$f(t)$ – плотность распределения отказов объекта, или частота отказов;

$\lambda(t)$ – интенсивность отказов;

$T_{ср}$ – средняя наработка до отказа.

Для оценки ремонтопригодности:

$\omega(t)$ – параметр потока отказа;

$T_о$ – средняя наработка на отказ восстанавливаемого изделия;

$T_в$ – среднее время восстановления;

$P_в$ – вероятность восстановления работоспособного состояния.

При оценке долговечности, сохраняемости:

$T_{ср}$ – средний ресурс, средний срок службы, средний срок сохраняемости;

$P(T_{\gamma\%})$ – гамма-процентная наработка до отказа, гамма-процентный ресурс, гамма-процентный срок службы, гамма-процентный срок сохраняемости.

Комплексные показатели надёжности – показатели надежности, характеризующие несколько свойств, составляющих надежность определенного объекта:

$K_Г$ – коэффициент готовности;

$K_{Т.И.}$ – коэффициент технического использования;

$V_{О.Г.}$ – коэффициент оперативной готовности;

$K_П$ – коэффициент простоя;

$K_{П.П.}$ – коэффициент планируемого применения;

$K_{С.Э.}$ – коэффициент стоимости эксплуатации.

4.2. Невосстанавливаемые объекты

Под невосстанавливаемым объектом понимается такой объект, работа (функционирование) которого после отказа считается полностью невозможной или нецелесообразной. К невосстанавливаемым объектам относятся не только те, которые принципиально не могут ремонтироваться, но и такие объекты, отказ которых в процессе функционирования приводит к непоправимым последствиям. Иначе говоря, это такие объекты, восстановление которых по каким-либо причинам признается технически и экономически нецелесообразным или неосуществимым или не приводит к ликвидации последствий отказа.

Единичные показатели надёжности

1. Вероятность безотказной работы объекта в интервале времени от 0 до t_0 (за время t_0):

а) вероятностное определение

$$P(t_0) = P(0, t_0) = P\{T \geq t_0\} = 1 - F(t_0), \qquad (4.1)$$

где T – случайное время работы (наработка) объекта до отказа;

$F(t_0)$ – функция распределения случайной величины T;

$P(t_0)$ – вероятность того, что объект проработает безотказно в течение заданного времени t_0, начав работать в момент времени $t = 0$, или вероятность того, что время работы объекта до отказа окажется больше заданного времени работы t_0;

б) статистическое определение

$$P(t_0) = \frac{N(t_0)}{N(0)} = 1 - \frac{n(t_0)}{N(0)}, \qquad (4.2)$$

где $N(t_0)$ – число исправных объектов в момент времени t_0; $N(0)$ – число исправных объектов в начальный момент времени $t = 0$;
$n(t_0)$ – число отказавших объектов за время t_0; $\hat{P}(t_0)$ – отношение числа объектов, безотказно проработавших до момента времени t_0, к числу объектов, исправных в начальный момент времени $t = 0$.

2. Вероятность безотказной работы объекта в интервале времени от t до $t+t_0$:

а) вероятностное определение

$$P(t, t+t_0) = P\{T \geq (t+t_0)/T > t\} = \frac{P(0, t+t_0)}{P(0,t)} = \frac{P(t+t_0)}{P(t)}, \qquad (4.3)$$

где $P(t, t+t_0)$ – вероятность того, что объект проработает безотказно в течение заданного времени работы t_0, начинающегося с момента времени t, или вероятность того, что случайное время T работы объекта до отказа окажется больше значения $t+t_0$ при условии, что объект уже проработал безотказно до момента времени t;

б) статистическое определение

$$P(t, t+t_0) = \frac{N(t+t_0)}{N(t)}, \qquad (4.4)$$

где $N(t)$ – число объектов, исправных к моменту времени t; $P(t, t+t_0)$ – отношение числа объектов, проработавших до момента времени $t+t_0$, к числу объектов, исправных к моменту времени t.

3. Вероятность отказа объекта в интервале времени от 0 до t_0:

а) вероятностное определение

$$Q(t_0)=Q(0,t_0)=P\{T<t_0\}=F(t_0), \qquad (4.5)$$

где $Q(t_0)$ – вероятность того, что объект откажет в течение заданного времени t_0, начав работать в начальный момент времени $t=0$, или вероятность того, что случайное время работы объекта до отказа окажется меньше заданного времени работы t_0:

$$Q(t_0)=1-P(t_0); \qquad (4.6)$$

б) статистическое определение

$$Q(t_0)=\frac{n(t_0)}{N(0)}, \qquad (4.7)$$

где $N(0)$ – число исправных объектов в начальный момент времени $t=0$;

$n(t_0)$ – число отказавших объектов к моменту времени t_0; $Q(t_0)$ – отношение числа объектов, отказавших к моменту времени t_0, к числу объектов, исправных в начальный момент времени $t=0$.

Очевидно, что

$$Q(t)=1-\hat{P}(t). \qquad (4.8)$$

4. Вероятность отказа объекта в интервале времени от t до $t+t_0$:

а) вероятностное определение

$$Q(t,t+t_0)=1-P(t,t+t_0)=1-\frac{P(t+t_0)}{P(t)}, \qquad (4.9)$$

где $Q(t,t+t_0)$ – вероятность того, что объект откажет в течение заданного времени t_0, начинающегося с момента времени t, или условная вероятность того, что случайное время работы объекта до отказа окажется меньше значения $t+t_0$ при условии, что объект уже проработал безотказно до момента времени t;

б) статистическое определение

$$Q(t,t+t_0)=\frac{n(t+t_0)-n(t)}{N(t)}=1-\frac{N(t+t_0)}{N(t)}=\frac{\Delta n(t,t_0)}{N(t)}, \qquad (4.10)$$

где $N(t)$ – число объектов, исправных к моменту времени t;

$n(t)$ – число объектов, отказавших к моменту времени t;

$\Delta n(t,t_0)$ – число объектов, отказавших именно в интервале времени $(t,t+t_0)$ (на практике $\Delta n(t,t_0)$), должно быть достаточно велико;

$Q(t,t+t_0)$ – отношение числа объектов, отказавших именно в интервале $(t,t+t_0)$, к числу объектов, исправных к моменту t.

5. Плотность распределения отказов объекта:

а) вероятностное определение

$$f(t)=\frac{dF(t)}{dt}=\frac{dQ(t)}{dt}=\frac{dP(t)}{dt}, \qquad (4.11)$$

где $f(t)$ – плотность вероятности того, что время работы объекта до отказа окажется меньше t, или плотность вероятности отказа к моменту времени t;

б) статистическое определение

$$f(t)=\frac{n(t+\Delta t)-n(t)}{N(0)\Delta t}=\frac{N(t+\Delta t)-N(t)}{N(0)\Delta t}=\frac{\Delta n(t+\Delta t)}{N(0)\Delta t}, \qquad (4.12)$$

где $n(t)$ – число объектов, отказавших к моменту времени t;

$N(0)$ – число исправных объектов в начальный момент времени $t=0$;

$n(t+\Delta t)$ – число объектов, отказавших именно в интервале времени $(t,t+\Delta t)$;

$f(t)$ – частость отказов в интервале времени $(t,t+\Delta t)$ или отношение числа отказов в интервале времени $(t,t+\Delta t)$ к произведению числа исправных объектов в начальный момент $t = 0$ на длительность интервала времени Δt.

6. Интенсивность отказов объекта в момент времени t:

а) вероятностное определение

$$\lambda(t) = \frac{1}{1 - F(t)} \frac{dF(t)}{dt} = \frac{f(t)}{P(t)}, \qquad (4.13)$$

где $\lambda(t)$ – плотность вероятности возникновения отказа объекта к моменту времени t при условии, что до этого момента отказ объекта не произошел;

б) статистическое определение

$$\lambda(t) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N(t)\Delta t} = \frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{N(t)\Delta t} = \frac{\Delta n(t, \Delta t)}{N(t)\Delta t}, \qquad (4.14)$$

где $\lambda(t)$ – отношение числа отказов в интервале времени $(t, t + \Delta t)$ к произведению числа исправных объектов $N(t)$ в момент времени t на длительность интервала времени Δt.

7. Средняя наработка объекта до отказа:

а) вероятностное определение

$$T_{cp} = M\{T_i\} = \int_0^\infty tf(t)dt = \int_0^\infty tdQ(t) = \int_0^\infty P(t)dt, \qquad (4.15)$$

где T_{cp} – математическое ожидание (среднее значение) времени работы объекта до отказа;

T_i – реализация наработки для i-го объекта;

б) статистическое определение

$$T_{cp} = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} T_i, \qquad (4.16)$$

где $N(0)$ – начальное число объектов (т.е. в момент времени $t = 0$);

T_i – реализация времени работы до отказа для i-го объекта (в порядке наступления отказов);

T_{cp} – среднее арифметическое реализаций времени работы объекта до отказа, т.е. эмпирическое среднее время.

Согласно закону больших чисел, с вероятностью единица $\hat{T}_{cp} \to T_{cp}$ при $N \to \infty$. Поэтому при большом N имеет место приближенное равенство $\hat{T}_{cp} = T_{cp}$.

Зная любую из функций $P(t), Q(t), f(t), \lambda(t)$, можно определить три остальные (табл. 4.1).

Таблица 4.1

Функциональная связь между показателями надёжности

Извествест-ная функ-ция	Формулы для определения трех остальных функций			
	$P(t)$	$Q(t)$	$f(t)=\frac{dF(t)}{dt}$	$\lambda(t)=\frac{f(t)}{P(t)}$
$P(t)$	–	$1-P(t)$	$-\frac{dP(t)}{dt}$	$-\frac{1}{P(t)}\frac{dP(t)}{dt}$
$Q(t)$	$1-Q(t)$	–	$\frac{dQ(t)}{dt}$	$\frac{1}{1-Q(t)}\frac{dQ(t)}{dt}$
$f(t)$	$\int_t^\infty f(x)dx$	$\int_0^t f(x)dx$	–	$\frac{f(t)}{\int_t^\infty f(x)dx}$
$\lambda(t)$	$e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$	$1-e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$	$\lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$	–

4.3. Восстанавливаемые объекты

Под восстанавливаемым объектом понимают такой, работоспособность которого в случае возникновения отказа подлежит восстановлению в рассматриваемой ситуации. Работа такого объекта и его исходные данные могут быть возобновлены в результате проведения необходимых восстановительных работ. Понятие «восстанавливаемый объект» в первую очередь характеризуется не видом изделия (элемента, системы), а его специфическим назначением.

Практически восстанавливаемые объекты – это такие, которые могут продолжать выполнение своих функций после устранения отказа, вызвавшего прекращение функционирования. При этом под восстановлением объекта понимается не только ремонт той или иной его части, но в ряде случаев и полная замена его на новый, идентичный ему объект (восстановление функций методом замены объекта).

Процесс эксплуатации восстанавливаемого объекта обычно представляют как последовательность интервалов работоспособности T_i, чередующихся с интервалами восстановления $V_i : T_1, \ V_1, \ T_2, V_2, ..., T_n, \ \ V_n$.

Основные показатели надёжности

Для характеристики восстанавливаемых объектов справедливы следующие показатели надёжности для невосстанавливаемых объектов, рассмотренные выше в вероятностном и статистическом определениях (разд. 4.2):

1. Вероятность безотказной работы в интервале времени от 0 до t_0.

2. Вероятность безотказной работы в интервале времени от t до $t+t_0$.

3. Вероятность отказа в интервале времени от 0 до t_0.

4. Вероятность отказа в интервале времени от t до $t+t_0$.

5. Плотность распределения $f(t)$ отказов объекта.

6. Интенсивность отказов $\lambda(t)$ объекта в момент времени t.

7. Средняя наработка T_{cp} объекта до отказа.

К числу основных показателей надёжности восстанавливаемых объектов относятся также следующие (в порядке продолжения нумерации):

8. Параметр потока отказов:

а) вероятностное определение.

Для восстанавливаемых объектов моменты отказов на оси суммарной наработки или на оси непрерывного времени образуют поток отказов. В качестве характеристики потока отказов используют «ведущую функцию» (функцию восстановления) $\Omega(t)$ данного потока – математическое ожидание M числа отказов за время t:

$$\Omega(t) = M[r(t)], \tag{4.17}$$

где $r(t)$ – случайное число отказов за время t.

Параметр потока отказов $\omega(t)$ характеризует среднее число отказов, ожидаемых в малом интервале времени, и равен:

$$\omega(t) = \frac{d\Omega}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{M[r(t+\Delta t)] - M[r(t)]}{\Delta t}. \tag{4.18}$$

Параметр потока отказов связан с ведущей функцией соотношением

$$\Omega(t) = \int_0^t \omega(x) dx. \tag{4.19}$$

При экспоненциальном распределении наработки между отказами

$$\omega(t) = \lambda = const; \tag{4.20}$$

б) статистическое определение

$$\omega(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N} R_j(t_i + \Delta t_i) - \sum_{j=1}^{N} R_j(t_i)}{N \Delta t}, \tag{4.21}$$

где $\omega(t)$ – параметр потока отказов;

$R_j(t_i)$ и $R_j(t_i + \Delta t_i)$ – суммарное число отказов *j*-го объекта (j = 1,2,…, N) соответственно в течение наработки t_i и $t_i + \Delta t_i$;

N – общее число исследуемых однотипных объектов;

Δt – один из малых промежутков времени, на которые разбивается наработка t_i.

Отсчет наработки ведется по правилу: $t_0 = 0,\ t_1 = \Delta t_0$; $t_2 = \Delta t_0 + t_1;\ \ t_i = \Delta t_0 + \Delta t_1 + ...\Delta t_{i-1}$.

Для N однотипных объектов среднее число отказов за время или статистическая оценка ведущей функции будет равна:

$$\Omega(t) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} R_j(t_i), \qquad (4.22)$$

где $R_j(t_i)$ – суммарное число отказов *j*-го объекта за время t_i.

9. Средняя наработка на отказ:

а) вероятностное определение

$$T_0 = \frac{t}{\Omega(t)}, \qquad (4.23)$$

где T_0 – средняя наработка на отказ восстанавливаемого объекта;

t – наработка восстанавливаемого объекта;

$\Omega(t) = M[r(t)]$ – математическое ожидание числа отказов восстанавливаемого объекта в течение наработки t;

$r(t)$ – число отказов за время t;

б) статистическое определение

$$T_0 = \frac{\sum\limits_{j=1}^{N} \sum\limits_{k=1}^{R_j(t)} T_{jk}}{\sum\limits_{j=1}^{N} R_j(t)}, \qquad (4.24)$$

где $R_j(t)$ – суммарное число отказов *j*-го объекта за время работы (наработки) *t*;

T_{jk} – реализация времени работы (наработки) *j*-го объекта между двумя соседними отказами $[(k-1) \quad и \quad k]$;

N – общее число исследуемых однотипных объектов.

Для периода работы в интервале от t_1 до t_2 наработка на отказ статистически определяется как

$$T_0 = \frac{t_2 - t_1}{\Omega(t_2) - \Omega(t_1)}, \qquad (4.25)$$

где $\Omega(t)$ – среднее число отказов за время *t*.

Очевидно, что с увеличением значения *t* (а следовательно, и возраста объекта) будет возрастать $\Omega(t)$, а значение T_0 – снижаться.

10. Средний ресурс (средний срок службы, средний срок сохранности):

а) вероятностное определение

$$T_p = M\{T_i\} = \int_0^\infty tf(t)dt = \int_0^\infty tdF(t) = \int_0^\infty [1 - F(t)]dt, \qquad (4.26)$$

где T_p – средний ресурс (средний срок службы, средний срок сохраняемости) до предельного состояния объекта;

$F(t)$ – функция распределения ресурса (срока службы, срока сохраняемости) до предельного состояния;

$f(t)$ – плотность распределения ресурса (срока службы, срока сохраняемости) до предельного состояния;

T_i – реализация ресурса (срока службы, срока сохраняемости) для *i*-го объекта;

б) статистическое определение

$$T_p = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} T_i, \qquad (4.27)$$

где $N(0)$ – общее число исследуемых восстанавливаемых объектов (или наблюдений за одним и тем же объектом);

T_i – реализация ресурса (срока службы, срока сохраняемости) для *i*-го объекта (или *i*-я реализация признака для одного и того же объекта);

T_p – среднее арифметическое реализаций ресурса (срока службы, срока сохраняемости) или среднее арифметическое реализаций признака для одного и того же объекта.

11. Среднее время восстановления работоспособного состояния:

а) вероятностное определение

$$T_B = M\{V\} = \int_0^\infty tf(t)dt = \int_0^\infty tdF_B(t) = \int_0^\infty [1 - F_B(t)]dt, \qquad (4.28)$$

где T_B – математическое ожидание (среднее значение) времени восстановления работоспособного состояния;

$f_B(t)$ – плотность распределения времени восстановления;

$F_B(t)$ – функция распределения времени восстановления;

б) статистическое определение

$$T_B = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} V_i, \qquad (4.29)$$

где $N(0)$ – общее число исследуемых восстанавливаемых объектов (или число наблюдений за одним и тем же объектом);

V_i – реализация времени восстановления для i-го объекта (или i-я реализация восстановления одного и того же объекта);

T_B – среднее арифметическое реализаций времени восстановления объектов или среднее арифметическое реализаций времени восстановления одного и того же объекта.

12. Вероятность восстановления работоспособного состояния в заданное время:

а) вероятностное определение

$$P_B(V_0) = P_B(0, V_0) = P_B(V \le V_0) = 1 - F_B(V_0), \qquad (4.30)$$

где V – случайное время восстановления объекта;

$F(V)$ – функция распределения случайной величины V;

$P_B(V_0)$ – вероятность того, что объект будет восстановлен в течение заданного времени V_0, если восстановление будет начато в момент времени $V = 0$, или вероятность того, что время восстановления объекта окажется меньше заданного времени V_0;

б) статистическое определение

$$P_B(0, V_0) = \frac{\Delta n(V_0)}{N(0)}, \qquad (4.31)$$

где $N(0)$ – число объектов, работоспособное состояние которых подлежало восстановлению в момент времени $V = 0$;

$\Delta n(V_0)$ – число объектов, работоспособное состояние которых восстановлено в заданное время V_0.

13. Гамма-процентная наработка до отказа, гамма-процентный ресурс, гамма-процентный срок службы, гамма-процентный срок сохраняемости:

а) вероятностное определение

$$1 - F(T_{\gamma\%}) = 1 - \int_0^{T_{\gamma\%}} f(t)dt = \frac{\gamma}{100} = P(T_{\gamma\%}), \qquad (4.32)$$

где $T_{\gamma\%}$ – гамма-процентная наработка до отказа (гамма-процентный ресурс $T_{p\gamma\%}$, гамма-процентный срок службы $T_{сл\gamma\%}$, гамма-процентный срок сохраняемости до предельного состояния $T_{c\gamma\%}$).

При $\gamma = 100\,\%$ гамма-процентная наработка (ресурс, срок службы, срок сохраняемости) называется установленной безотказной наработкой (установленным ресурсом, установленным сроком службы, установленным сроком сохраняемости), при $\gamma = 50\%$ гамма-процентная наработка (ресурс, срок службы, срок сохраняемости) называется медианной наработкой (ресурсом, сроком службы, сроком сохраняемости);

б) статистическое определение.

Гамма-процентный ресурс представляет собой нижнюю доверительную границу рассеивания ресурса при односторонней доверительной вероятности $\alpha_0 = \gamma$, где γ – заданный гамма-процент изделий (в долях единицы), выходящих из строя до гаммапроцентного ресурса $T(\gamma\%)$:

$$\gamma = \frac{\gamma\%}{100} = P[T(\gamma)], \tag{4.33}$$

где $P[T(\gamma)]$ – интегральная функция безотказности.

Комплексные показатели надёжности

14. Коэффициент готовности:

а) вероятностное определение

$$K_Г = \lim_{t \to \infty} K(t), \tag{4.34}$$

где $K_Г$ – вероятность нахождения объекта в работоспособном состоянии для стационарного случайного процесса или математическое ожидание времени, в течение которого объект находится в исправном состоянии (как в режиме работы, так и в режиме хранения);

$K(t)$ – вероятность того, что в момент времени t объект находится в работоспособном состоянии;

б) статистическое определение

$$K_Г = \frac{N(t_\infty)}{N(0)} = 1 - n(t_\infty)/N(0), \qquad (4.35)$$

где $N(0)$ – общее число объектов;

$N(t_\infty)$ – число объектов, находящихся в работоспособном состоянии в произвольный, «достаточно удаленный» момент времени;

$n(t_\infty)$ – число объектов, находящихся в состоянии отказа в произвольный момент времени (за исключением простоев на проведение плановых ремонтов и технического обслуживания);

$K_Г$ – отношение числа объектов, находящихся в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, к общему числу объектов.

При порядке обслуживания, предусматривающем немедленное начало восстановления отказавшего объекта, коэффициент готовности вычисляется по формуле

$$K_Г = \frac{T_0}{T_0 + T_В}, \qquad (4.36)$$

где T_0 – наработка на отказ; $T_В$ – среднее время восстановления.

Таким образом, коэффициент готовности характеризует одновременно два различных свойства объекта – безотказность и ремонтопригодность.

15. Коэффициент технического использования.

Коэффициент технического использования статистически определяется отношением суммарного времени пребывания наблюдаемых объектов в работоспособном состоянии к произведению числа наблюдаемых объектов N на заданное время эксплуатации $T_{экс}$:

$$K_{Т.И.} = \left(\sum_{i=1}^{N} T_{\Sigma_i} \right) / (N T_{экс}), \qquad (4.37)$$

где T_{Σ_i} – суммарное время пребывания i-го объекта в работоспособном состоянии ($i = 1,2,...,N$); $T_{экс}$ – продолжительность эксплуатации, состоящей из интервалов времени работы, технического обслуживания и ремонтов.

Если заданное время эксплуатации $T_{экс}$ различно для каждого изделия, то данная формула примет вид

$$K_{Т.И.} = \frac{t_{сум}}{t_{сум} + t_{рем} + t_{обс}}, \qquad (4.38)$$

где $t_{сум}$ – суммарная наработка всех объектов;

$t_{рем}$ – суммарное время перерывов в работе (простоев) из-за плановых и внеплановых ремонтов всех объектов;

$t_{обс}$ – суммарное время перерывов в работе (простоев) из-за планового и внепланового технического обслуживания всех объектов.

Время простоя по организационным причинам здесь не учитывается.

Из формул (4.36) и (4.37) следует, что значения $K_Г$ и $K_{Т.И.}$ снижаются с увеличением возраста (срока службы) восстанавливаемого объекта, поскольку значения T_0 и $t_{сум}$ обычно снижаются, а значения T_B, $t_{рем}$ и $t_{обс}$ возрастают.

16. Коэффициент оперативной готовности $K_{О.Г.}$ – вероятность того, что объект, находясь в режиме ожидания, окажется работоспособным в произвольный момент времени и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течение заданного интервала времени.

Под режимом ожидания понимается нахождение объекта при полной или облегченной нагрузках без выполнения основных (рабочих) функций. При нахождении объекта в режиме ожидания возможно возникновение отказов и восстановление его работоспособности. Необходимость в использовании объекта возникает внезапно, после чего требуется безотказное выполнение объектом основных функций в течение времени $t_{рем}$. Для выполнения задачи необходимо также, чтобы в момент возникновения необходимости в использовании объект был работоспособным. Если безотказность работы объекта $P\ (t_{рем})$ в течение времени $t_{рем}$ не зависит от момента начала работы t, то коэффициент оперативной готовности может быть вычислен по формуле

$$K_{О.Г.} = K_Г\ P(t_{рем}). \tag{4.39}$$

Этот показатель применяется для характеристики надежности техники, находящейся в резерве на случай пожара, обвала, выхода из строя жизненно необходимой техники (насосы, вентиляторы в шахтах и т.д.).

17. Коэффициент простоя объекта:

а) вероятностное определение

$$K_П = \lim_{t \leftarrow \infty} k(t), \tag{4.40}$$

где $K_П$ – вероятность нахождения объекта в состоянии отказа в произвольный, «достаточно удаленный» момент времени (т.е. для стационарного случайного процесса).

Очевидно, что

$$K_П = 1 - K_Г; \tag{4.41}$$

б) статистическое определение

$$K_П = \frac{n(t_\infty)}{N(0)}, \tag{4.42}$$

где $N(0)$ – общее число объектов;

$n(t_\infty)$ – число объектов, находящихся в произвольный, «достаточно удаленный» момент времени t_∞ в состоянии отказа;

$\hat{K}_П$ – отношение числа объектов, находящихся в произвольный, «достаточно удаленный» момент времени t_∞ в состоянии отказа, к общему числу объектов.

18. Коэффициент планируемого применения.

Коэффициент планируемого применения $K_{П.П.}$ объекта описывается формулой

$$K_{П.П.} = \frac{T_{экс} - M\lfloor t'_{рем} + t'_{обс} \rfloor}{T_{экс}}, \qquad (4.43)$$

где $T_{экс}$ – заданная продолжительность эксплуатации, состоящая из интервалов времени работы, технического обслуживания и ремонтов; $M\lfloor t'_{рем} + t'_{обс} \rfloor$ – математическое ожидание суммарной продолжительности технического обслуживания $t'_{обс}$ и ремонтов $t'_{рем}$ на заданную продолжительность эксплуатации $T_{экс}$.

19. Коэффициент стоимости эксплуатации.

Оценка средств, затрачиваемых на поддержание надежности горных машин, комплексов или агрегатов в процессе эксплуатации, может производиться с помощью коэффициента стоимости эксплуатации $K_{С.Э.}$:

$$K_{С.Э.} = \frac{C_Э}{C_О}, \qquad (4.44)$$

где $C_Э$ – стоимость эксплуатации до капитального ремонта, состоящая из затрат на проведение ремонтно-профилактических работ и затрат, связанных с возникновением и ликвидацией отказов (стоимость запасных частей и ремонтов, убытки из-за простоев лавы во время устранения отказов и другие эксплуатационные расходы);

$C_О$ – стоимость горной машины, комплекса или агрегата.

4.4. Показатели надёжности для очистных механизированных комплексов

Все показатели по уровню иерархии на примере оборудования очистных механизированных комплексов делятся на четыре уровня:

- для комплекса очистного оборудования в целом;
- для отдельных машин, входящих в комплекс;
- для отдельных составных частей и сборочных единиц;

- для деталей.

Основными показателями надёжности являются:

- для комплекса очистного оборудования – средняя наработка на отказ, среднее время восстановления, коэффициент неисправности или коэффициент готовности;

- для машин, входящих в комплекс (очистные комбайны, скребковые передвижные конвейеры, механизированные крепи) – средний или гамма-процентный ресурс до капитального ремонта, средний срок службы до капитального ремонта, средняя наработка на отказ, среднее время восстановления, коэффициент применяемости, удельная относительная стоимость запасных частей, коэффициент неисправности или коэффициент готовности;

- для составных частей и сборочных единиц – средний или гамма-процентный ресурс до капитального ремонта, средний ресурс до снятия (замены), средний срок службы до снятия (замены);

- для деталей – средний ресурс до снятия (замены), средний срок службы до снятия (замены).

5. РАСЧЁТ НАДЁЖНОСТИ

5.1. Целевое назначение и классификация

Расчёты, предназначенные для определения количественных показателей надёжности, называются расчётами надёжности. Согласно ГОСТ 27.301-95 надежность объекта рассчитывают на стадиях жизненного цикла и соответствующих этим стадиям этапах видов работ, установленных программой обеспечения надежности (ПОН) объекта или документами, ее заменяющими.

ПОН должна устанавливать цель расчета на каждом этапе видов работ, применяемые при расчете нормативные документы и методики, сроки выполнения расчета и исполнителей, порядок оформления, представления и контроля результатов расчета.

В зависимости от этапа существования изделия (системы) используются расчёты для: проектирования, создания и эксплуатации.

На этапе эскизного проектирования расчет надёжности производят с целью прогнозирования ожидаемого показателя *надёжности. С помощью этого расчёта обосновывается предлагаемый вариант изделия (системы).*

На этапе технического проектирования расчёт надёжности применяют для обоснования выбора технических средств, входящих в систему, выбора способов резервирования, глубины и способов контроля и диагностики, обоснования структуры системы, требований надёжности к комплектующим элементам.

На этапе создания расчёт надёжности производится с целью установления соответствия показателей надёжности созданного и испытываемого на надёжность изделия (системы) заданным на этапе проектирования. Обоснованность расчётов на этом этапе – определение показателей надёжности по результатам испытаний отдельных групп изделий.

На этапе эксплуатации расчёт надёжности используется для выбора и обоснования состава и объема запасных изделий, необходимых для замены отказавших, а также для обоснования и планирования профилактического обслуживания.

Классификация расчётов надёжности по различным признакам приведена на рис. 5.1.

Элементарный расчёт аппаратурной надёжности – это определение показателей надёжности изделия, обусловленного надёжностью его комплектующих частей (элементов).

Расчёт функциональной надёжности – это расчёт показателей надёжности выполнения заданных функций. Показатели функциональной надёжности зависят от вида заданных функций, аппаратурной надёжности, уровня обслуживания и других факторов. Поэтому расчёт функциональной надёжности более сложен, чем элементарный расчёт аппаратурной надёжности.

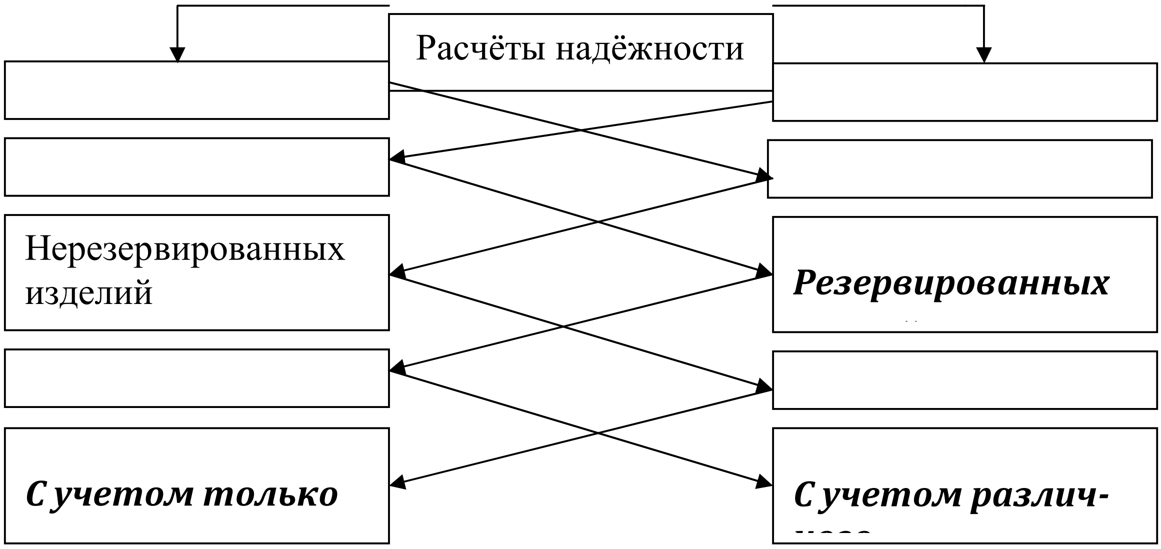


Рис. 5.1. Классификация расчётов надёжности

Для расчёта надёжности, применения расчётных формул необходимо знать общие закономерности расчетов надёжности.

5.2. Надёжность элемента

Элемент и система являются тесно связанными понятиями. В теории надёжности под элементом принято понимать часть технической системы (объекта), выполняющую определенные функции и не подлежащую дальнейшему расчленению при решении данной задачи или при данной степени подробности рассмотрения системы.

С позиции теории ремонта под элементом будем понимать некоторую часть системы, которая при ремонте может быть заменена как единое целое, а надёжность её изучается независимо от надёжности других частей системы.

В основу этих понятий положен функциональный признак, поэтому объект может рассматриваться и как система, и как элемент. Понятия «система» и «элемент» выражены друг через друга, поскольку одно из них следовало бы принять в качестве исходного. Они относительны: объект, считавшийся системой в одном исследовании, может рассматриваться как элемент, если изучается объект большего масштаба.

5.2.1. Невосстанавливаемый элемент

Произвольное распределение

Предполагается, что известен закон распределения времени работы элемента до отказа $F(t) = P(T \le t)$. Показатели надёжности элемента выражаются через известный закон распределения или его основные параметры.

В табл. 5.1 приведены основные показатели надёжности для произвольного (любого) закона распределения времени работы до отказа, а графическое пояснение основных формул этой таблицы дано на рис. 5.2–5.5.

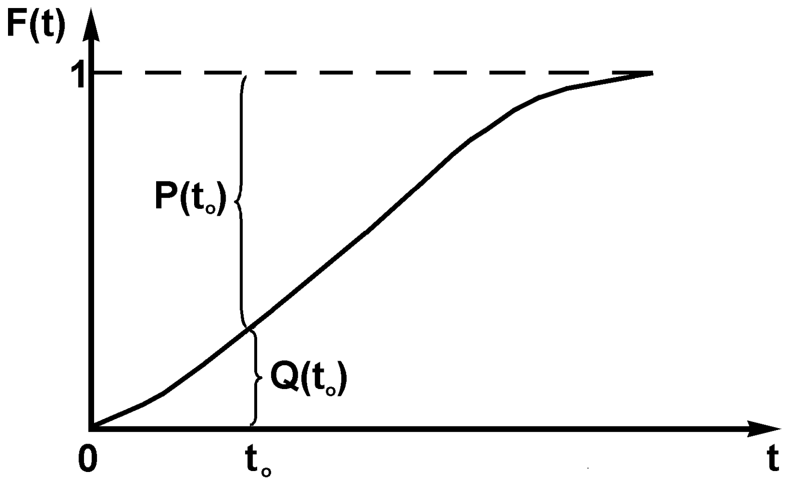


Рис. 5.2. Пояснение формул для $P(t_0) = 1 - F(t_0)$ и $Q(t_0) = F(t_0)$

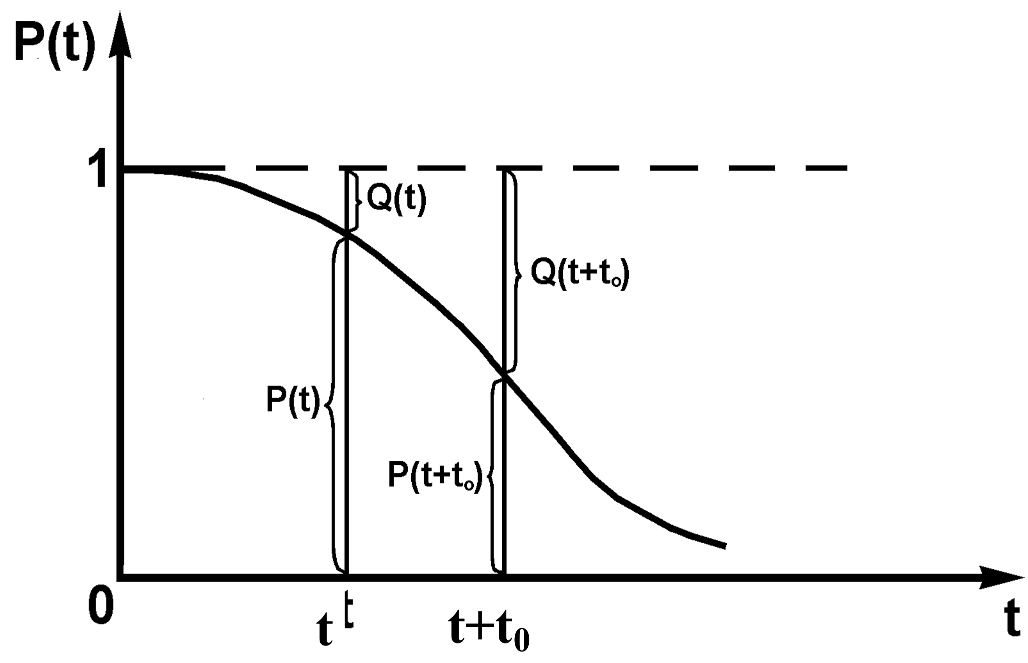


Рис. 5.3. Пояснение формул для $P(t, t+t_0)$ и $Q(t, t+t_0)$

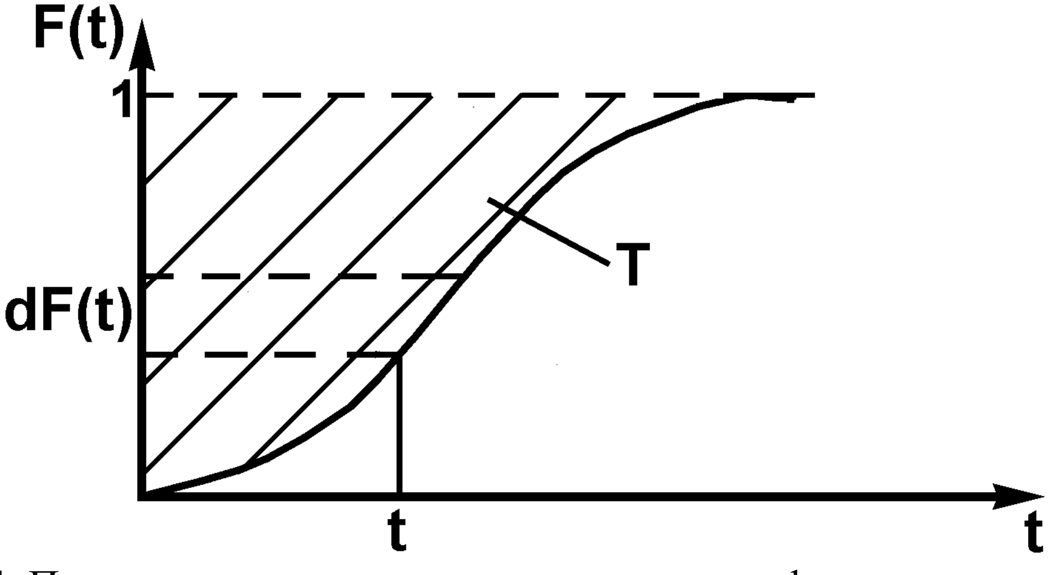


Рис. 5.4. Пояснение принципа интегрирования по формуле

$$T_{cp} = \int_0^\infty t dF(t)$$

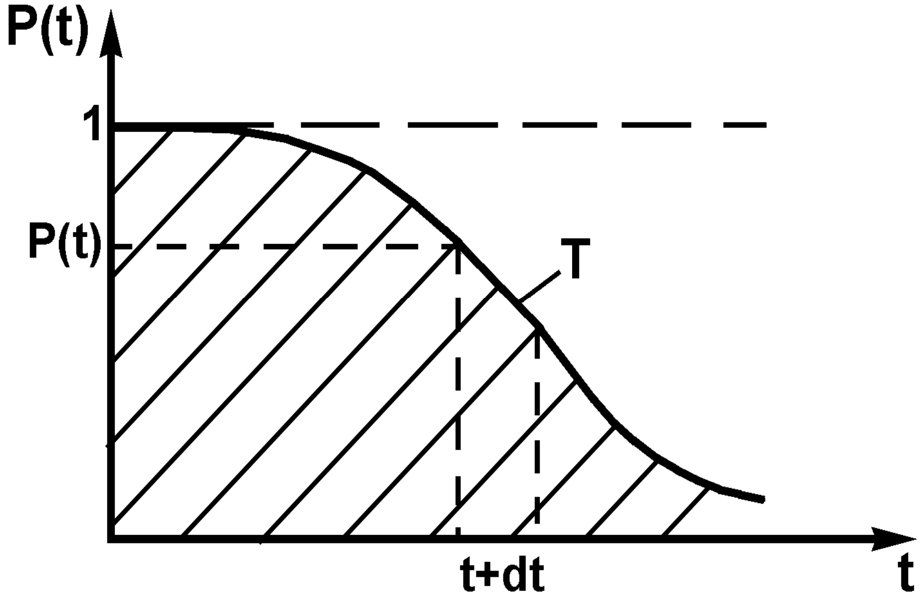


Рис. 5.5. Пояснение принципа интегрирования по формуле

$$T_{cp} = \int_0^\infty P(t)dt$$

Когда $F(t)$ задана в виде ступенчатой функции, формула для T_{cp} может быть записана в виде (рис. 5.6)

$$T_{cp} = \sum_{i=0}^{\infty}\left[F(t_{i+1}) - F(t_i)\right]t_i \tag{5.1}$$

или в виде (рис. 5.7)

$$T_{cp} = \sum_{i=0}^{\infty} P(t_i)(t_{i+1} - t_i). \tag{5.2}$$

Таблица 5.1

Невосстанавливаемый элемент. Произвольный закон распределения времени работы до отказа $F(t)$

Непрерывная функция	Дискретная функция

$P(t_0) = 1 - F(t_0);$ $Q(t_0) = F(t_0);$ $P(t, t + t_0) = \dfrac{1 - F(t + t_0)}{1 - F(t)};$ $Q(t, t + t_0) = \dfrac{F(t + t_0) - F(t)}{1 - F(t)}$ $T_{cp} = \int\limits_0^{\infty} tf(t)dt = \int\limits_0^{\infty} P(t)dt;$ $\lambda(t) = \dfrac{f(t)}{P(t)} = \dfrac{f(t)}{1 - F(t)}.$	$P(t_0) = 1 - \sum\limits_{i=1}^{k(t_0)} f(\Delta i) = \sum\limits_{i=k(t_0)+1}^{N} f(\Delta i)$ $Q(t_0) = \sum\limits_{i=1}^{k(t_0)} f(\Delta i);$ $P(t, t + t_0) = \dfrac{\sum\limits_{i=k(t+t_0)+1}^{N} f(\Delta i)}{\sum\limits_{i=k(t)+1}^{N} f(\Delta i)};$ $Q(t, t + t_0) = \dfrac{\sum\limits_{i=k(t)+1}^{k(t+t_0)} f(\Delta i)}{\sum\limits_{i=k(t)+1}^{N} f(\Delta i)};$ $T_{cp} = \sum\limits_{i=1}^{N} f(\Delta i) t_i;$

	$$\lambda(t)=\frac{F(t_{i+1})-F(t_i)}{(t_{i+1}-t_i)F(t_i)}$$ $при \quad t_i \le t \le t_{i+1}$

Примечание: t – текущее время; t_0 – заданное время работы, начинающееся с момента времени t; интервал времени от t до $t+t_0$;
в частном случае $t=0$.

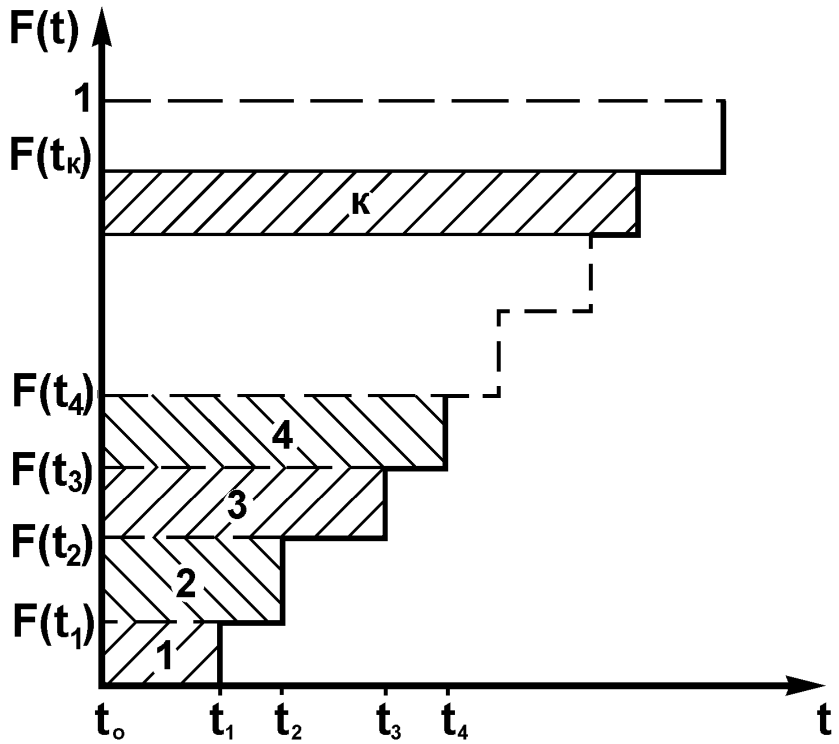


Рис. 5.6. Графическое пояснение формулы (4.1):1,…, k – площадь, равная сумме от 1 до k-го слагаемого в формуле (5.1)

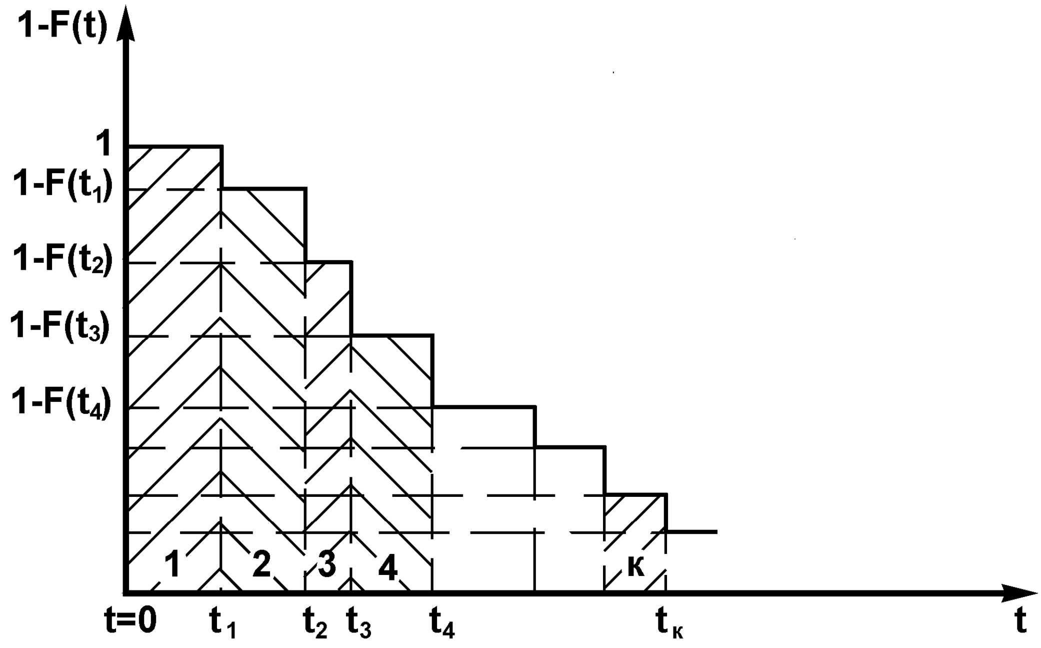


Рис. 5.7. Графическое пояснение формулы (5.2):1,…, *k* – площадь, численно равная сумме от 1 до *k*-го слагаемого в формуле (5.2)

Пример 5.1. При наблюдениях за $N = 35$ невосстанавливаемыми элементами через каждые 100 ч пользования фиксировались отказы. Результаты наблюдений сведены в таблицу:

Момент времени t_i, ч	1800	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600	2700
Частота (число) отказов $n(t_i)$	0	3	3	5	8	7	6	2	1	0

Накопленная частота $\sum_{i}^{n}(t_i)$	0	3	6	11	19	26	32	34	35	35

Требуется построить эмпирическую функцию распределения и вычислить основные показатели надёжности невосстанавливаемого элемента, приняв эмпирическую функцию за истинную (рис. 5.8).

<u>Решение 1.</u> Эмпирическую функцию распределения вычислим по формуле (как относительную частоту отказов)

$$F(t_i)=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{i} n(t_k)$$

и запишем в виде таблицы:

t_i	$(\Delta t = 100$	1800	1900	2000	2100	2200
$F(t_i)$		0	0,086	0,172	0,314	0,543
$P(t_i)$		1	0,914	0,828	0,686	0,457
t_i	$(\Delta t = 100$	2300	2400	2500	2600	2700
$F(t_i)$		0,743	0,914	0,971	1,00	1,00

$P(t_i)$		0,257	0,086	0,029	0	0

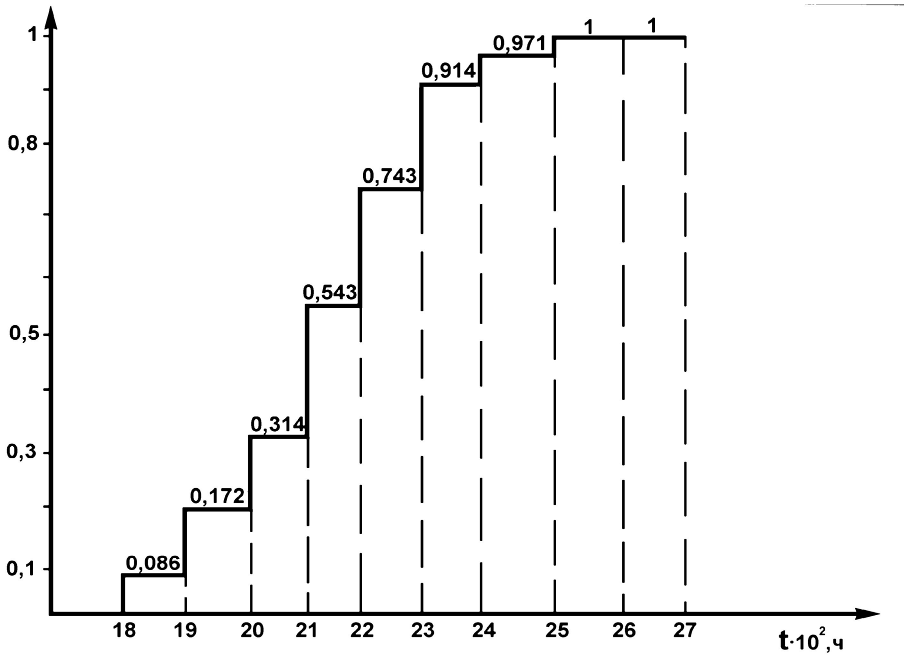


Рис. 5.8. График эмпирической функции распределения к примеру 5.1

2. Вероятность безотказной работы для $t_0 = 2100$ *ч*:

$$P(2100) = 1 - \hat{F}(2100) = 1 - 0{,}314 = 0{,}686.$$

3. Вероятность отказа за время $t_0 = 2100$ *ч*:

$$Q(2100) = \hat{F}(2100) = 0{,}314.$$

4. Вероятность безотказной работы в интервале времени от $t = 1900$ *ч* до $t + t_0 = 2300$ *ч* при условии, что элемент проработал безотказно 1900 *ч*:

$$P(1900{,}2300) = \frac{1 - F(2300)}{1 - F(1900)} = \frac{1 - 0{,}743}{1 - 0{,}086} \cong 0{,}28.$$

5. Вероятность отказа в интервале времени от $t = 1900$ *ч* до $t + t_0 = 2300$ *ч* при условии, что элемент проработал безотказно 1900 *ч*:

$$Q(1900{,}2300) = 1 - P(1900{,}2300) = 1 - 0{,}28 = 0{,}72.$$

6. Среднее время работы до отказа найдем по формулам (5.2) и (5.1) соответственно:

$$T_{cp} = t_1 + \Delta t \sum_{i=1}^{10} P(t_i) = 1800 + 100(0{,}914 + 0{,}828 + 0{,}786 +$$
$$+ 0{,}457 + 0{,}257 + 0{,}086 + 0{,}029) = 2135{,}7\ ч;$$

$$T_{cp} = \sum_{i=1}^{10} \left[F(t_{i+1}) - F(t_i)\right] t_i = 1900(0{,}086 - 0) + 2000(0{,}172 - 0{,}086) +$$
$$+ 2100(0{,}314 - 0{,}172) + 2200(0{,}543 - 0{,}314) + 2300(0{,}743 - 0{,}543) +$$
$$+ 2400(0{,}914 - 0{,}743) + 2500(0{,}971 - 0{,}914) + 2600(1 - 0{,}971) = 2135{,}7ч$$

7. Интенсивность отказов как возрастающую функцию времени вычислим непосредственно из данных наблюдений по формуле

$$\lambda(t_i) = n(t_i) / \left[N - \sum_{j=1}^{i-1} n(t_j)\right](t_i - t_{i-1}),$$

где $t_0 = 0$.

Результаты вычислений сведены в таблицу:

t_i, ч	1800	1900	2000	2100	2200
$\lambda(t_i)$, 1/ч	*0*	$\frac{3}{35} \cdot \frac{1}{100} =$ $= 0{,}086 \cdot 10^{-}$	$\frac{3}{33} \cdot \frac{1}{100} =$ $= 0{,}091 \cdot 10^{-}$	$\frac{5}{29} \cdot \frac{1}{100} =$ $= 0{,}172 \cdot 10^{-}$	$\frac{8}{24} \cdot \frac{1}{100} =$ $= 0{,}333 \cdot 10^{-}$

t_i, ч	2300	2400	2500	2600	
$\lambda(t_i)$, 1/ч	$\frac{7}{16}\cdot\frac{1}{100}=$ $=0{,}437\cdot 10^{-}$	$\frac{6}{9}\cdot\frac{1}{100}=$ $=0{,}667\cdot 10^{-}$	$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{100}=$ $=0{,}667\cdot 10^{-}$	$\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{100}=$ $=1\cdot 10^{-2}$	

<u>Нормальное распределение</u>

Основные показатели надёжности элемента, которые выражаются через основные параметры a и σ нормального закона распределения времени работы до отказа, имеют вид

$$f(t_0)=\frac{1}{\sigma}f_0\left(\frac{t_0-a}{\sigma}\right);$$

$$P(t_0)=F_0\left(\frac{a-t_0}{\sigma}\right)\,или\;1-F_0\left(\frac{t_0-a}{\sigma}\right);$$

$$F(t_0)=Q(t_0)=1-P(t_0);$$

$$P(t,t+t_0)=\frac{1-F_0\left[\frac{(t+t_0)-a}{\sigma}\right]}{1-F_0\left(\frac{t-a}{\sigma}\right)}; \qquad (5.3)$$

$$Q(t,t+t_0)=1-P(t,t+t_0);$$

$$T_{ср}=a;$$

$$\lambda(t)=\frac{f(t_0)}{P(t_0)}=\frac{1}{\sigma}\frac{f_0\left(\frac{t_0-a}{\sigma}\right)}{F_0\left(\frac{a-t_0}{\sigma}\right)}=\frac{1}{\sigma}f_1\left(\frac{a-t_0}{\sigma}\right).$$

Для нормированного и центрированного распределения имеем табулированные функции плотности вероятности $f_0(x)$, функцию распределения $F_0(x)\,и\,f_1(y)=\left[f_0(y)/F_{0(y)}\right]$, где $y=(a-t_0)/T$.

Пример 5.2. Пусть закон распределения времени работы элемента имеет нормальное распределение со средним сроком службы $T_{cp} = 20\,мес$, дисперсией $\sigma_2 = 25\,мес^2$. Требуется вычислить основные показатели надёжности элемента, пользуясь формулами (5.3) и таблицами значений f_0, F_0 и f_1.

Решение

1. Вероятность безотказной работы за время $t_0 = 12\,мес$ и $t_0 = 22\,мес$:

$$P(12) = 1 - F_0[(12-20)/5] = 1 - F_0(-1{,}6) = 0{,}945;$$

$$P(22) = 1 - F_0[(22-20)/5] = 1 - F_0(0{,}4) = 0{,}345.$$

2. Вероятность отказа за время $t_0 = 12\,мес$ и $t_0 = 22\,мес$:

$$Q(12) = 1 - 0{,}945 = 0{,}055; \quad Q(22) = 1 - 0{,}345 = 0{,}655.$$

3. Вероятность безотказной работы в интервале от $t = 15\,мес$ до $t + t_0 = 18\,мес$:

$$P(15;18) = \frac{1 - F_0[(18-20)/5]}{1 - F_0[(12-20)/5]} = \frac{F_0(0{,}4)}{F_0(1{,}0)} = \frac{0{,}655}{0{,}841} = 0{,}779.$$

4. Вероятность отказа в интервале от $t = 15\,мес$ до $t + t_0 = 18\,мес$:

$$Q(15;18) = 1 - P(15;18) = 1 - 0{,}779 = 0{,}221.$$

5. Среднее время работы до отказа задано в условии задачи: $T_{cp} = a = 20\,мес$.

6. Интенсивность отказов для $t_0 = 12\,мес$ и $t_0 = 22\,мес$:

$$\lambda(12) = \frac{1}{5} f_1[(20-12)/5] = \frac{1}{5} f_1(1{,}6) = 0{,}0234\ 1/мес;$$

$$\lambda(22) = \frac{1}{5} f_1[(20-22)/5] = \frac{1}{5} f_1(-0{,}4) = 0{,}201\ 1/мес$$

или

$$\lambda(12) = \frac{1}{5} \frac{f_0[(12-20)/5]}{F_0[(20-12)/5]} = \frac{1}{5} \frac{f_0(-1{,}6)}{F_0(1{,}6)} = 0{,}0234\ 1/мес;$$

$$\lambda(22)=\frac{1}{5}\frac{f_0[(22-20)/5]}{F_0[(20-22)/5]}=\frac{1}{5}\frac{f_0(0,4)}{F_0(-0,4)}=\frac{1}{5}\frac{0,3683}{1-0,6554}=0,201 1/мес.$$

Налицо резкое возрастание интенсивности отказов $\lambda(t_0)$ с увеличением времени работы элемента с $t_0=12\,мес$ до $t_0=22\,мес.$

Экспоненциальное распределение

Основные показатели надёжности элемента для экспоненциального распределения времени работы имеют вид

$$P(t_0)=e^{-\lambda t_0}; \qquad Q(t_0)=e^{-\lambda t_0};$$

$$P(t,t+t_0)=e^{-\lambda t_0}; \qquad Q(t,t+t_0)=1-exp(-\lambda t_0); \qquad (5.4)$$

$$T_{ср}=1/\lambda; \qquad \sigma=1/\lambda; \qquad \lambda(t)=\lambda.$$

Экспоненциальный закон обладает важным свойством: вероятность безотказной работы элемента (системы) на интервале времени длительностью t_0 не зависит от времени предшествовавшей работы до начала рассматриваемого интервала, а зависит только от длительности времени t_0.

Наработка на отказ – это лишь среднее время, за которое возникает отказ, да и то в период нормальной эксплуатации.

Практика показывает, что изделия, проработавшие некоторое время, обладают таким естественным свойством, как ухудшение в среднем значения вероятностных характеристик по сравнению с изделием совершенно новым или проработавшим меньший срок.

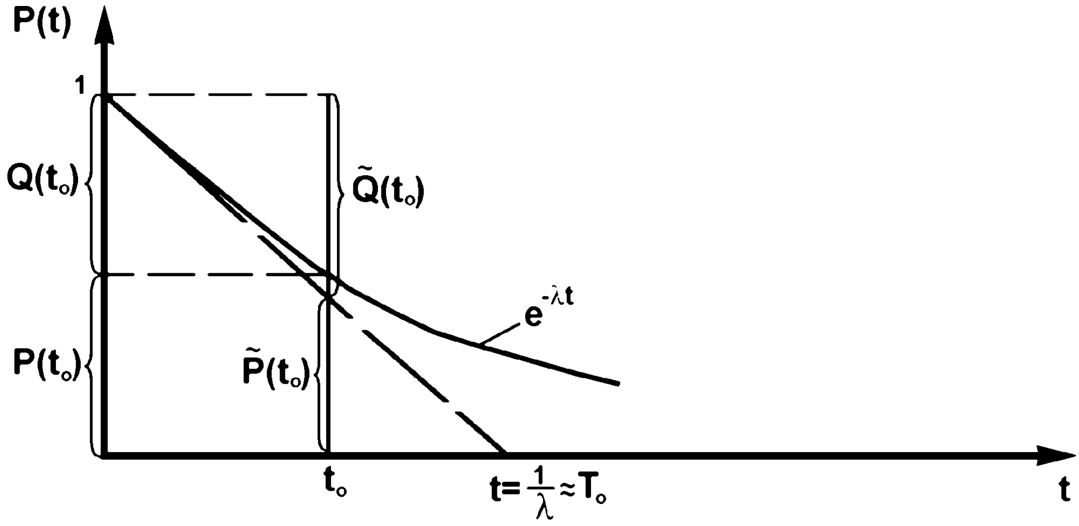


Рис. 5.9. Графическое пояснение основных формул (5.4)

Пример 5.3. В период нормальной эксплуатации элемент имеет экспоненциальное распределение времени работы до отказа с параметром распределения $\lambda = 12 \cdot 10^{-2}$ $1/год$.

Требуется вычислить основные показатели надёжности невосстанавливаемого элемента, пользуясь формулами (5.4).

Решение

1. Вероятность безотказной работы за время $t_0 = 2$ *годс*:

$$P(2) = e^{-12 \cdot 10^{-2} \cdot 2} = e^{-0,24} = 0,787.$$

2. Вероятность отказа за время $t_0 = 2$ *года*:

$$Q(2) = 1 - P(2) = 1 - 0,787 = 0,213.$$

3. Вероятность безотказной работы в интервале от $t = 0,5$ *года* до $t + t_0 = 0,5 + 2 = 2,5$ *года* при условии, что элемент проработал безотказно 0,5 *года*

$$P(0,5;\, 2,5) = e^{-\lambda t_0} = e^{-12 \cdot 10^{-2} \cdot 2} = 0,787.$$

4. Вероятность отказа в интервале времени от $t = 0,5$ *года* до $t + t_0 = 0,5 + 2 = 2,5$ *года* при условии, что элемент проработал безотказно 0,5 *года:*

$Q(0{,}5;2{,}5)=1-P(0{,}5;2{,}5)=1-0{,}787=0{,}213.$

5. Среднее время работы до отказа:

$T_{cp}=1/\lambda=1/\left(12\cdot 10^{-2}\right)=8{,}3$ *года.*

6. Интенсивность отказов:

$\lambda(t)=\lambda=12\cdot 10^{-2}$ *1/год.*

Назовем элемент стареющим, если с течением времени интенсивность отказов может только увеличиваться, т.е. для любых $0<t_1<t_2$

$$\lambda(t_1)\le\lambda(t_2).$$

Признаком такого старения изделия могут быть: рост интенсивности отказов с течением времени, снижение остаточного срока службы, среднего срока службы между ремонтами, увеличение рассеивания значений характеристик и др.

5.2.2. Восстанавливаемый элемент

Процесс функционирования восстановительного элемента описывается как последовательность чередующихся интервалов работоспособности T_i и восстановления V_i (простоя) (рис. 5.10) – $T_1, V_1;\ T_2,\ V_2;\ldots$

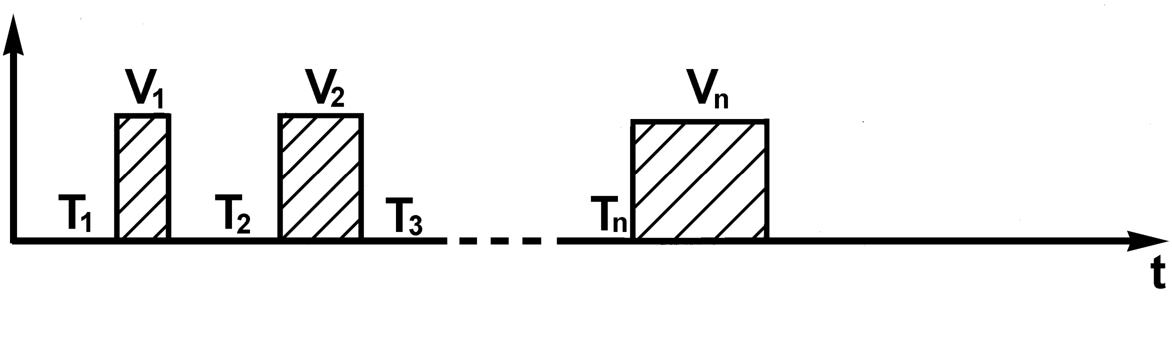


Рис. 5.10. Случайный процесс, соответствующий последовательности чередующихся интервалов работоспособности и вос-

становления элемента: T_i – отрезок времени работы; V_i – отрезок времени ремонта; i = 1, 2,…, n – число отказов

Моменты отказов или восстановлений $t_1 = T_1$, $t_2 = T_1 + T_2,..,$

$t_n = T_1 + ... + T_n,...$ образуют случайный поток, который называют процессом восстановления.

Основные показатели надёжности безотказной работы $F(t) = 1 - exp(-\lambda t)$ и времени восстановления $F_в(t) = 1 - exp(-\mu t)$ имеют следующий вид

$$P(t_0) = exp(-\lambda t_0);$$

$$Q(t_0) = 1 - exp(-\lambda t_0);$$

$$T_{ср} = 1/\lambda;$$

$$V_{ср} = 1/\mu; \qquad (5.5)$$

$$K_Г = \frac{T_{ср}}{T_{ср} + V_{ср}} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = 1 - \gamma;$$

$$K_П = \frac{V_{ср}}{T_{ср} + V_{ср}} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \gamma,;$$

где $F(t) = 1 - exp(-\lambda t)$ – экспоненциальный закон распределения

времени между отказами;

$F_в(t) = 1 - exp(-\mu t)$ – экспоненциальный закон распределения времени восстановления; $K_П$ – коэффициент простоя; $V_{ср}$ – среднее время восстановления; $\frac{V_{ср}}{T_{ср}} = \frac{\lambda}{\mu} = \gamma$.

Доказана теорема, согласно которой параметр потока отказов $\omega(t)$ восстанавливаемых элементов (систем) равен интенсивности отказов $\lambda(t)$соответствующих невосстанавливаемых элементов (систем), если потоки отказов в обоих случаях являются простейшими. Поскольку при простейшем потоке интенсивность отказов остаётся величиной постоянной во времени, то и параметр потока отказов также не изменяется во времени, т. е.

$$\omega(t) = \lambda(t) = const.$$

При экспоненциальном распределении наработки между отказами $\omega(t) = \lambda(t) = const.$

Следствие

Если поток отказов простейший, то промежутки времени между соседними отказами распределены по экспоненциальному закону с параметром, численно равным параметру потока отказов.

Различие между интенсивностью отказов и параметром потока отказов

Интенсивность отказов оценивает распределение времени безотказной работы невосстанавливаемых элементов (систем), а параметр потока отказов – распределение промежутков времени между отказами восстанавливаемых элементов (систем).

При этом для простейшего потока отказов оба показателя оценки этих случайных величин равны. Поэтому и промежутки времени между соседними отказами распределены по экспоненциальному закону с параметром, равным параметру потока отказов.

Пример 5.4. Элемент имеет экспоненциальные законы распределения времени работы до отказа и времени восстановления с параметрами соответственно $\lambda = 12 \cdot 10^{-2}\ 1/год$ и $\mu = 100\ 1/год$.

Требуется вычислить основные показатели надёжности.

Решение

1. Вероятность безотказной работы для $t_0 = 2\ года$:

$P(2) = e^{-12 \cdot 10^{-2} \cdot 2} = 0{,}787.$

2. Вероятность отказа за время $t_0 = 2\ года$:
$Q(2) = 1 - 0{,}787 = 0{,}213.$

3. Среднее время безотказной работы:

$T_{cp} = 1/\left(12 \cdot 10^{-2}\right) = 8{,}3$ *года.*

4. Среднее время восстановления:

$V_{cp} = 1/\mu = 1/100 = 0{,}01$ *года.*

5. Коэффициент готовности:

$K_{Г} = \mu/(\mu+\lambda) = 100/(100+0{,}12) = 0{,}998.$

6. Коэффициент простоя:

$K_{П} = \lambda/(\mu+\lambda) = 0{,}12/(100+0{,}12) = 0{,}002.$

5.3. Примерный характер распределения отказов на протяжении срока службы восстанавливаемого объекта

Опыт эксплуатации показывает, что примерное усредненное распределение отказов во времени восстанавливаемого объекта во многих случаях можно представить в виде графика (рис. 5.11).

Тогда срок службы восстанавливаемого объекта представим как последовательность трех основных периодов: приработки (1), периода нормального функционирования (2) и периода старения и износа (3).

Наличие периода приработки продолжительностью от 0 до $T_{П}$ считается установленным с заданной вероятностью, если параметр потока отказов $\omega(t)$ уменьшается с ростом t до некоторого установившегося значения ω_0.

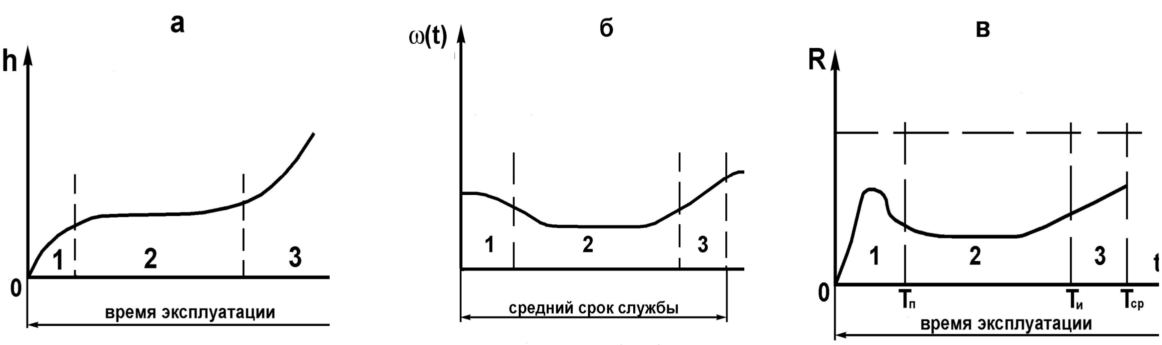


Рис. 5.11. Примерный характер распределения отказов и расходов по их устранению в функции срока службы восстанавливаемого объекта: *а* – характер и число отказов *n*; *б* – параметр потока отказов $\omega(t)$, 1/год; в – расходы *R* по устранению отказов, р./год; 1– период приработки $T_П$; 2 – период нормальной эксплуатации $T_П$-$T_И$; 3 – период износа $T_И$; $T_{ср}$ – средний срок службы объекта, лет

Признаками наличия приработки объясняется главным образом проявление в этот период скрытых дефектов производства.

Период нормальной эксплуатации является основным и продолжительным и зависит от вида деятельности изделия.

Для равных промежутков времени этого периода параметр потока внезапных отказов примерно одинаковый. Аналогичное положение и с постепенными отказами, связанными с заменой элементов конструкций и систем технических устройств, прослуживших свой срок. Налицо тем самым условие применимости экспоненциального распределения наработки на отказ.

Для описания нормального периода эксплуатации наибольшее значение имеет простейший поток событий (отказов, восстановлений и т.д.). Последний обладает тремя свойствами: стационарности, отсутствия последействия и ординарности.

<u>Стационарность потока событий</u> означает, что вероятность возникновения определенного числа событий за интервал времени длительностью τ (рис. 5.12) не зависит от того, где располагается на оси времени *t* этот интервал, а зависит только от длительности интервала. При этом очевидно, что большему интервалу соответствует в среднем большее число событий.

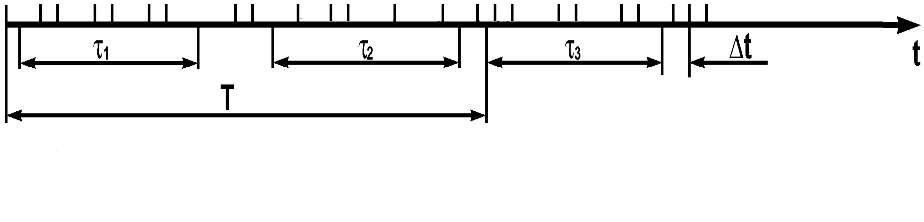


Рис. 5.12. К объяснению простейшего потока случайных событий (поток отказов, поток восстановлений и т.п.)

Условие стационарности для потока отказов обычно не наблюдается ни в период приработки, ни в период «массового старения» элементов (систем).

Отсутствие последействия означает, что характер «протекания» потока событий после любого момента времени (например, момент T на рис. 5.12) не зависит от того, как «протекал» поток до этого момента. Математически это означает, что условная вероятность появления «$к$» событий (отказов) за интервал времени ($T, T + \tau_3$ – рис. 5.12), вычисленная при произвольных предположениях о наступлении событий до этого интервала, равна безусловной вероятности наступления событий за этот интервал, т.е.

$$P_к(\tau_3 / T) = P_к(\tau_3). \tag{5.6}$$

Ординарность потока событий означает, что за небольшой промежуток времени Δt маловероятно появление двух и более событий. Математически условие ординарности записывается так:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{>1}(\Delta t)}{\Delta t} = 0,$$

где $P_{>1}(\Delta t)$ – вероятность появления в интервале времени $(t, t + \Delta t)$ более одного события.

В третьем периоде, когда время использования объекта достигает значения $T_И$, начинает сказываться износ. С этого момента в результате массового появления процесса старения и механического изнашивания интенсивность отказов начинает заметно возрастать, потоки отказа не являются стационарными. Соответственно увеличиваются расходы на ремонт.

5.4. Надёжность систем с последовательным соединением элементов

В расчётах надёжности последовательным соединением называется такое, при котором отказ хотя бы одного из элементов приводит к отказу всего соединения в целом.

Структурная схема последовательного соединения элементов приведена на рис. 5.13.

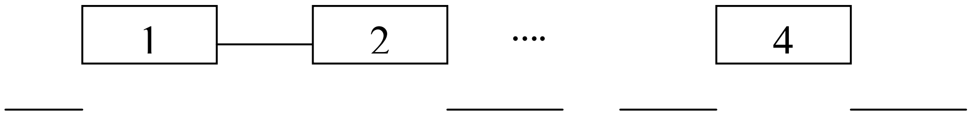


Рис. 54.13. Структурная схема последовательного соединения элементов

Классическим примером технической системы с последовательным соединением является любая статически определимая конструкция, где отказ одного из элементов всегда ведет к отказу всей конструкции. Разрушение (отказ) такой системы определяется разрушением наиболее слабого элемента.

Будем различать статические и динамические модели исследования надёжности систем.

Статические модели – это такие, в которых показатели надёжности элементов или подсистем рассматриваются в определённый, базовый момент времени.

Анализ надёжности систем с помощью статистических моделей представляет собой определенную форму предварительного анализа. Он используется обычно на этапе проектирования для оценки возможной структуры системы (объекта) и определения необходимых уровней надёжности подсистем и элементов. При таком анализе, требующем разбиения сложных систем на подсистемы или элементы, предполагается, что каждый элемент находится в одном из двух состояний: исправном или неисправном (отказ).

Динамические модели являются более общими, в них уровень надёжности зависит от времени.

В статических и динамических моделях для определения безотказной работы системы строят блок-схемы. Структура блок-схемы конкретной системы зависит от выполняемых функций и может представлять собой соединение: последовательное либо параллельное; последовательно-параллельное либо параллельно-последовательное или более сложное.

Функциональная блок-схема системы предназначается для определения отказов по функциям и влияния отказов той или иной подсистемы на характеристики надёжности системы.

5.4.1. Система из независимых последовательно соединённых невосстанавливаемых элементов

Произвольное распределение времени работы до отказа

Предполагается, что все элементы системы (объекта) взаимно независимы, т.е. отказ любого элемента никак не зависит от состояния любых других элементов системы.

Кроме того, предполагается, что известны выражения для вероятности безотказной работы отдельных элементов $P_i(t)$ или оценки для этих функций.

Если система состоит из *n* отдельных элементов с показаниями безотказности $P_1(t), P_2(t), \dots P_n(t)$, то вероятность безотказной работы системы $P_S(t)$ за время *t* находят по формуле

$$P_S(t) = P_1(t) P_2(t) \dots P_n(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t). \qquad (5.7)$$

Чем больше число элементов *n,* тем при прочих равных условиях $(P_i(t) = const)$ меньше вероятность безотказной работы систем P_s.

Среднюю наработку системы до отказа (математическое ожидание наработки до отказа) найдем по формуле

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt \qquad (5.8)$$

или по формуле

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} t f(t) dt, \quad (5.9)$$

где $f(t)$ – плотность распределения наработки системы до отказа; в общем случае $t \geq 0$, а при $t < 0$ принимается $f(t) = 0$.

Функцию распределения наработки до отказа определяют по формуле

$$F(t) = \int_0^{t} f(t) dt = Q_s(t), \quad (5.10)$$

где $Q_s(t)$ – вероятность отказа системы за время *t*.

Вероятность безотказной работы системы в течение наработки *t* находят по формуле

$$P_s(t) = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(t) dt = 1 - Q_s(t). \quad (5.11)$$

Время работы до отказа системы из *n* последовательно соединенных невосстанавливаемых элементов определяется минимальным значением времени безотказной работы ее элементов, т.е.

$$T_s \leq min\{T_i\}, \quad 1 \leq i \leq n, \quad (5.12)$$

где T_s – время работы системы до отказа; T_i – время работы до отказа *i*-го элемента.

Иначе говоря, время работы до отказа системы из *n* последовательно соединенных невосстанавливаемых элементов не может быть больше времени безотказной работы самого ненадежного элемента.

Основные динамические модели (показатели) надёжности для систем из последовательно соединенных невосстанавливаемых элементов при произвольных распределениях времени работы до отказа, т. е. при произвольных функциях $P_i(t)$, имеют вид

$$P_s(t_0) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t_0);$$

$$Q_s(t_0) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P_i(t_0);$$

$$P_s(t, t+t_0) = \begin{cases} = \prod_{i=1}^{n} P_i(t, t+t_0), \text{ или} \\ = \dfrac{\prod_{i=1}^{n} P_i(t+t_0)}{\prod_{i=1}^{n} P_i(t)}, \text{ или} \\ = \dfrac{P_s(t+t_0)}{P_s(t)}; \end{cases} \qquad (5.13)$$

$$Q_s(t, t+t_0) = \begin{cases} = 1 - \prod_{i=1}^{n} P_i(t, t+t_0), \\ = 1 - \dfrac{P_s(t+t_0)}{P_s(t)}; \end{cases}$$

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P_s(t)dt.$$

В отличие от динамических моделей их статические аналоги примут вид
$$P_s = \prod_{i=1}^{n} P_i; \quad Q_s = 1 - \prod_{i=1}^{n} P_i. \qquad (5.14)$$

Если для всех подсистем значения $Q_i = const$ одинаковы, то
$$P_s = (1-Q)^n. \qquad (5.15)$$

Нормальное распределение

Плотность распределения наработки системы до отказа имеет вид

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}\right], t \geq 0,$$

где a и σ – параметры распределения, $a > 0$, $\sigma > 0$, $\sigma / a <$ 0,25.

Последнее условие является необходимым, если для положительной случайной величины вместо усеченного нормального распределения приближенно использовать нормальное распределение.

Вероятность безотказной работы находят по формуле

$$P_s(t) = F_0\left(\frac{a-t}{\sigma}\right). \qquad (5.16)$$

Значения вероятности безотказной работы в зависимости от $x = (a-t)/\sigma$ приведены в специальных таблицах.

Среднюю наработку до отказа находят по формуле

$$T_{cp} = a. \qquad (5.17)$$

Вероятность отказа системы за время t находят по формуле

$$Q_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P_i(t). \qquad (5.18)$$

Вероятность безотказной системы в интервале времени от t до $t + t_0$ определим по формуле

$$P_s(t, t+t_0) = P_s(t+t_0) / P_s(t). \qquad (5.19)$$

Тогда вероятность отказа системы в интервале времени от t до $t + t_0$ находим по формуле

$$Q_s(t, t+t_0) = 1 - P_s(t, t+t_0) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P_i(t, t+t_0). \quad (5.20)$$

Если наработка системы до отказа распределена по нормальному закону с параметрами T_{cp} и σ, то наработка, отвечающая вероятности безотказной работы β, находится по уравнению

$$t_\beta = T_{cp} - U_\beta \sigma, \qquad (5.21)$$

где U_β – квантиль нормального распределения, отвечающий вероятности β.

Интенсивность отказов системы, имеющей нормальное распределение наработки до отказа, находят по формуле

$$\lambda(t) = \frac{1}{\sigma} f_1\left(\frac{a-t}{\sigma}\right), \tag{5.22}$$

где $f_1(y)$ – табулированная функция.

<u>Пример 5.5.</u>

Наработка невосстанавливаемой системы до отказа подчиняется нормальному распределению с параметрами $a = 50\ мес$ и $\sigma = 7{,}5\ мес$.

Требуется найти:

1) вероятность безотказной работы для $t = 30\ мес;$

2) среднюю наработку до отказа;

3) наработку на отказ, отвечающую вероятности $\beta = 0{,}9;$

4) интенсивность отказов для ряда значений наработки: $t = 5\ мес,\quad t = 12\ мес,\quad t = 25\ мес.$

<u>Решение</u>

1. Вероятность безотказной работы за время $t = 30\ мес$:

$$P(30) = F_0\left(\frac{50-30}{7{,}5}\right) = 0{,}996.$$

2. Средняя наработка до отказа составит: $T_{ср} = 50\ мес$.

3. Наработка на отказ, отвечающая вероятности $\beta = 0{,}9$, имеет вид $t_{0,9} = 50 - 1{,}282 \cdot 7{,}5 = 40{,}37\quad мес.$

4. Интенсивность отказов:

для $t = 5\ мес$

$$\lambda(5) = \frac{1}{7{,}5} f_1\left(\frac{50-5}{7{,}5}\right) = 8{,}1 \cdot 10^{-10}\ 1/мес;$$

для $t = 12\ мес$

$$\lambda(12) = \frac{1}{7{,}5} f_1\left(\frac{50-12}{7{,}5}\right) = 12 \cdot 10^{-8}\ 1/мес;$$

для $t = 25\ мес$

$$\lambda(25) = \frac{1}{7{,}5} f_1\left(\frac{50-25}{7{,}5}\right) = 22{,}9 \cdot 10^{-5}\ 1/мес.$$

5.4.2. Система из независимых последовательно соединённых восстанавливаемых элементов

Восстанавливаемая система – это такая, работоспособность которой в случае возникновения отказа или повреждения подлежит восстановлению. Каждый элемент характеризуется функцией распределения времени пребывания в работоспособном состоянии, интенсивностью отказов или параметром потока отказов.

Если отдельные элементы системы имеют произвольное распределение до отказа, а при отказе системы восстанавливается только отказавший элемент, то время работы системы до первого отказа будет отличаться от времени работы между первым и вторым отказом и т.д. При этом будут отличаться не только средние значения интервалов безотказной работы, но и законы распределения соответствующих случайных величин.

Определение показателей безотказности

Общая теория надёжности позволяет выделить правила расчёта показателей безотказности восстанавливаемых систем (без резервирования): наработку на отказ T_s и вероятности безотказной работы $P_s(t, t_0)$ в интервале времени (t, t_0), где t – момент начала работы объекта, а t_0 – длительность безотказной работы элементов. Исходными данными для расчёта (оценки) показателей безотказности объекта являются параметры законов распределения времени безотказной работы элементов (экспоненциального, логарифмически нормального и др.) с учётом конкретных условий и особенностей эксплуатации рассчитываемого объекта (табл. 5.2).

Правила расчёта показателей безотказности восстанавливаемой системы состоят в следующем:

1. Составляют номенклатуру элементов системы, показатели безотказности которой требуется определить.

2. Выписывают параметры закона распределения времени безотказной работы каждого элемента.

3. Определяют наработку на отказ системы T_s:

а) по формулам табл. 5.2 рассчитывают наработку на отказ T_i элементов i-го типа;

б) наработку на отказ системы T_s определяют по формуле

$$T_s = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{n_i}{T_i} \right]^{-1}, \qquad (5.23)$$

где N – число типов элементов в системе; n_i – число элементов i-го типа в системе.

4. Рассчитывают вероятность безотказной работы системы в интервале времени $(t, t + t_0)$:

а) по формулам табл. 5.2 определяют вероятность безотказной работы элементов $P_i(t + t_0)$;

б) вероятность безотказной работы $P_s(t, t_0)$ системы вычисляют по формуле

$$P_s(t, t_0) = \prod_{i=1}^{N} P_i^{n_i}(t, t_0), \qquad (5.24)$$

где N – число типов элементов в системе; n_i - число элементов i-го типа в системе.

Таблица 5.2

Формулы расчёта показателей безотказности

Закон распределения		Показатели безотказности	
Наименование	Плотность $f(t)$	Наработка на отказ T_i	Вероятность безотказной работы в интервале $(t, t+t_0)$
Нормальный	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}\right]$ $a > 0, \sigma > 0$ $3\sigma < a, \frac{\sigma}{a} = V$	$\frac{1}{\sum\limits_{k=1}^{\infty} F_0\left(\frac{t-ka}{\sigma\sqrt{k}}\right)}$	$1 - \int\limits_0^{t_0/a} F_0\left(\frac{1-x}{V}\right)dx$
Логарифмически нормальный	$\frac{1}{\sigma t\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{(\ln t-a)^2}{2\sigma^2}\right]$ $a > 0, \sigma > 0$	$exp\left(a+\frac{\sigma^2}{2}\right)$	$1 - exp\left[-\left(a+\frac{\sigma^2}{2}\right)\right] \times$ $\times \int\limits_0^{t_0} F_0\left(\frac{a-\ln x}{\sigma}\right)dx$

Экспоненциальный	$\lambda\, exp(-\lambda t),\ \lambda > 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$exp(-\lambda t)$

Физическая сущность формулы (5.23) состоит в том, что в силу предположений о независимости отказов элементов, составляющих систему, поток отказов системы $\lambda_s(t)$ за время наработки является суммой потоков отказа ее элементов и что эти отказы приводят к отказам системы, т.е.

$$\lambda_s(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t), \qquad (5.25)$$

где $\lambda_i(t)$ – интенсивность отказов элементов i-го типа.

Заданной либо измеренной суммарной наработке соответствует математическое ожидание числа отказов восстанавливаемой системы.

Из формул (5.23) и (5.24) следует, что наработка на отказ и вероятность безотказной работы системы из последовательно соединенных восстанавливаемых элементов (без резервирования) меньше аналогичных показателей любого элемента системы, т.е.

$$\begin{aligned} T_s(t,t_0) &\le \min_{1 \le i \le n} \{T_i(t,t_0)\}; \\ P_s(t,t_0) &\le \min_{1 \le i \le n} \{P_i(t,t_0)\}. \end{aligned} \qquad (5.26)$$

Поскольку наработка может изменяться в единицах времени, то для непрерывно функционирующих систем значения средней наработки на отказ совпадают со значениями среднего срока службы на отказ.

5.5. Надёжность систем с параллельным соединением элементов

Один из способов повышения надёжности объектов – введение в систему избыточных элементов или подсистем. Этот метод называют резервированием. Различают различные способы резервирования. Схема простейшего способа показана на рис. 5.14. Вместо одного элемента, достаточного для выполнения функций, в систему введено n элементов.

В расчётах надёжности параллельным соединением (системой) называется такое, для которого необходимым и достаточным условием отказа является отказ всех элементов (подсистем). Параллельную систему рассматривают так же, как частный вид структурно-резервированной системы, все элементы (подсистемы) которой включены постоянно, и система работает до тех пор, пока работоспособным остается хотя бы один элемент (подсистема).

Примерами параллельного соединения являются системы, работающие на общую нагрузку *N*: двигатели самолета, генераторы гидроэлектростанций, насосы станции водоснабжения, несколько параллельно включённых водоводов системы водоснабжения и др.

В этих и подобных случаях систем с нагруженным резервом отказ одного элемента (подсистемы) не приводит к отказу всей системы, хотя и сопровождается спадом функционирования – снижением качества и эффективности работы системы.

Блок-схема для анализа надёжности систем с параллельным соединением показана на рис. 5.14.

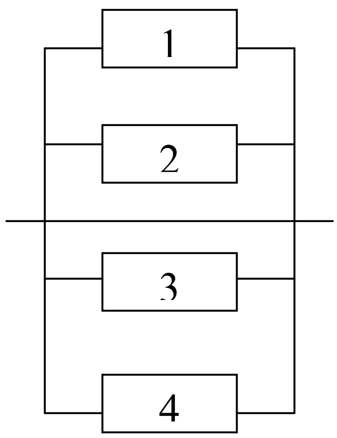


Рис. 5.14. Блок-схема с параллельным соединением элементов

Во многих случаях используются другие способы параллельного соединения – по схеме ненагруженного резерва и с распределением нагрузки.

Система с ненагруженным резервом представляет собой систему с параллельным соединением подсистем (элементов), в которой в каждый момент времени работает только одна подсистема. Когда работающая подсистема отказывает, то включается другая подсистема. Одной из форм ненагруженного резерва является обеспечение системы запасными частями.

5.5.1. Системы с нагруженным резервом при экспоненциальном распределении наработки элементов до отказа

Рассмотрим частный случай системы с нагруженным резервом, в которой каждая подсистема (элемент) имеет экспоненциальное распределение наработки до отказа.

Для i-й подсистемы вероятность безотказной работы в течение времени t имеет вид

$$P_i(t) = e^{-\lambda_i t}, \quad t \geq 0, \tag{5.27}$$

где λ – интенсивность отказов.

Тогда вероятность безотказной работы системы определим как

$$P_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}\left(1 - e^{-\lambda_i t}\right). \tag{5.28}$$

Следует отметить, что в данном случае (т.е. при параллельном соединении подсистем) распределение наработки системы до отказа не является экспоненциальным, хотя подсистемы имеют экспоненциальное распределение.

Если все подсистемы одинаковые, т.е. $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = \lambda$, то

$$P_s(t) = 1 - Q_s^n(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^n. \tag{5.29}$$

<u>Пример 5.6</u>

Требуется определить вероятность безотказной работы систем $P_s(t)$, состоящих из двух, трех и четырёх однотипных постоянно включённых подъёмников, если отказы подъёмников независимы, а распределение их времени безотказной работы гипотетически подчиняется экспоненциальному закону.

<u>Решение</u>

По формуле (5.29) найдём вероятность безотказной работы систем из двух, трёх и четырёх подъёмников соответственно:

$$P_s^{(2)} = 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t};$$
$$P_s^{(3)} = 3e^{-\lambda t} - 3e^{-2\lambda t} + e^{-3\lambda};$$
$$P_s^{(4)} = 4e^{-\lambda t} - 6e^{-2\lambda t} + 4e^{-3\lambda t} - e^{-4\lambda t}.$$

Тогда среднее время безотказной работы $T_{cp}^{(2)}$ систем из двух подъемников определим по формуле

$$T_{cp}^{(2)} = \int\limits_0^\infty P_s^{(2)}(t)dt = \int\limits_0^\infty 2e^{-\lambda t}dt - \int\limits_0^\infty e^{-2\lambda t}dt = 2 \cdot \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} = \frac{3}{2\lambda} = 1{,}5T_0,$$

где $T_0 = 1/\lambda$ – среднее время безотказной работы элемента (подъёмника) при экспоненциальном распределении наработки на отказ.

Аналогично найдем T_{cp} для систем из трёх и четырёх подъёмников:

$$T_{cp}^{(3)} = \frac{3}{\lambda} - \frac{3}{2\lambda} + \frac{1}{3\lambda} = \frac{11}{6\lambda} = 1{,}83T_0;$$
$$T_{cp}^{(4)} = \frac{4}{\lambda} - \frac{6}{2\lambda} + \frac{4}{3\lambda} - \frac{1}{4\lambda} = \frac{25}{12\lambda} = 2{,}08T_0.$$

В общем виде для n одинаковых элементов (подсистем), работающих параллельно, получаем:

$$T_{cp}^n = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{3\lambda} + \ldots + \frac{1}{n\lambda}$$

или

$$T_{cp} = T_0\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}\right) = T_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i},$$

где $T_0 = \frac{1}{\lambda}$.

При большом n

$$T_{cp} \approx \frac{1}{\lambda}\left[ln(n) + C\right],$$

где C = 9,577... – постоянная Эйлера.

5.5.2. Модели безотказности систем с распределением нагрузки

В системе с распределением нагрузки по параллельным элементам при проявлении отказа увеличивается интенсивность отказов элементов, продолжающих работать. Практически это имеет место и в рассмотренной системе, поскольку с каждым отказом одного подъёмника увеличивается нагрузка на другой или другие подъёмники. Поэтому с каждым последовательным отказом увеличивается интенсивность отказов, а система с распределением нагрузки при параллельном соединении элементов фактически является динамической, а не статической моделью.

Одной из форм структурного резервирования является система «*r*» из «*n*». В такой системе имеется *n* параллельно соединённых элементов, причём, чтобы система продолжала работать безотказно, должны сохранять работоспособность не менее *r* элементов.

Примером такой формы структурного резервирования являются несущие канаты кабины и противовеса подъёмника.

Вероятность безотказной работы системы «*r*» из «*n*» имеет вид

$$P_s = \sum_{x=r}^{n} \binom{x}{n} P^x (1-P)^{n-x},$$

где P – вероятность безотказной работы элемента (подсистемы), предлагаемая одинаковой для всех подсистем; n – общее число параллельно соединённых элементов (подсистем); r – наименьшее число элементов, которые должны сохранять работоспособность для того, чтобы система продолжала работать безотказно; x – число рассматриваемых отказов (отказавших элементов); $\binom{n}{x} = \dfrac{n!}{x!\,(n-x)!}$ – число способов появления x отказов.

Например, если $n = 5$ и $x = 2$, то имеем $\binom{5}{2} = 10$ способов появления отказов, когда выходят из строя два элемента (подсистемы), а общее число различных способов появления отказов равно:

$$\sum_{x=0}^{n} \binom{x}{n} = 2^n .$$

5.6. Сочетание параллельного и последовательного соединений элементов

Последовательно-параллельным соединением называют последовательное соединение нескольких подсистем параллельно соединённых элементов (рис. 5.15).

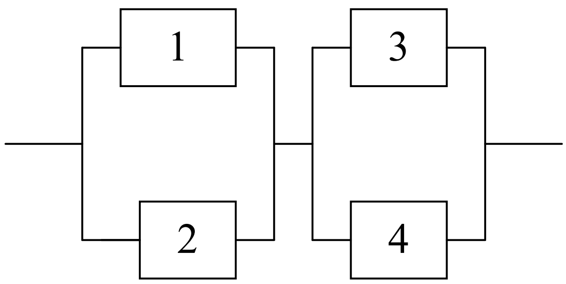


Рис. 5.15. Система с последовательно-параллельным соединением элементов 1–4

Для вычисления надёжности такой системы вначале объединяют параллельно соединённые элементы подсистемы, а затем рассматривают последовательное соединение эквивалентных элементов.

Пример 5.7.

Под элементами будем понимать насосы, устанавливаемые на насосной станции водоснабжения.

Пусть, например, известны показатели надёжности элементов:
$P_1 = 0{,}95$, $P_2 = 0{,}9$, $P_3 = 0{,}85$, $P_4 = 0{,}92$. Тогда вероятность безотказной работы последовательно соединенных эквивалентных элементов определим в виде

$$P_s(t) = 1 - Q_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}\left(1 - P_i(t)\right); \quad P_{12} = 1 - 0{,}05 \cdot 0{,}1 = 0{,}995;$$

$$P_{34} = 1 - 0{,}15 \cdot 0{,}08 = 0{,}988.$$

Вероятность безотказной работы системы равна:

$$P_s(t) = P_1(t)P_2(t)\ldots P_n(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t);$$

$$P^{(1)} = 0{,}995 \cdot 0{,}988 = 0{,}931\Big|_{<0{,}988}^{<0{,}995}.$$

Параллельно-последовательным соединением будем называть параллельное соединение нескольких подсистем последовательно соединенных элементов (рис. 5.16).

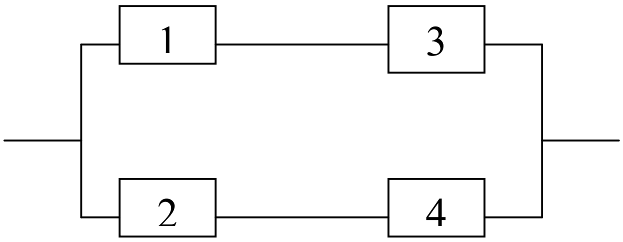


Рис. 5.16. Система с параллельно-последовательным соединением элементов 1–4

В этом случае вначале объединяются последовательно соединённые элементы подсистем, а затем рассматриваются параллельно соединённые эквивалентные элементы.

Пусть элементы имеют такую же надёжность (безотказность), как и в предыдущем примере. Вероятность безотказной работы параллельно соединённых эквивалентных элементов равна:

$$P_{13} = 0{,}95 \cdot 0{,}85 = 0{,}808 \quad \text{и} \quad P_{24} = 0{,}9 \cdot 0{,}92 = 0{,}828.$$

Тогда вероятность безотказной работы системы:

$$P_s^{(2)} = 1 - (1 - P_{13}) \cdot (1 - P_{24}) = 1 - 0{,}192 \cdot 0{,}172 = 1 - 0{,}033 = 0{,}967.$$

6. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЁЖНОСТЬ

6.1. Значение и виды испытаний на надёжность

Испытания на надёжность являются необходимым этапом проектирования и изготовления оборудования и должны проводиться с целью обнаружения и устранения непредвиденных отказов, получения числовых значений показателей надёжности, определения соответствия готовых изделий заданным требованиям, выдачи рекомендаций по повышению надёжности (ГОСТ 27.402.–95, ГОСТ 27.410–87).

Различают испытания на надёжность:

- определённые. Цель – получение оценки показателей надёжности;

- контрольные. Цель – проверка соответствия техническим условиям показателей надёжности изделий.

Испытания на надёжность могут проводиться на натурных образцах в лабораториях, с сериями изделий на заводских полигонах, на реально работающем оборудовании в условиях горного предприятия.

Испытания на надёжность проводят в соответствии с методиками испытаний, базирующимися на государственных, отраслевых стандартах и стандартах предприятия.

6.2. Планы испытаний на надёжность

В табл. 6.1 приведены характеристики девяти наиболее часто применяемых простых планов наблюдений (испытаний) на надёжность. Их можно подразделить на три группы.

Таблица 6.1

Характеристика планов наблюдений (испытаний) на надёжность

Номер планов j	Индекс плана j; выражение m_J; выражение S_J	Описание плана
	Планы для невосстанавливаемых изделий, из которых отказавшие во время наблюдений (испытаний) не заменяются новыми	
1	*[NUN];* $m_1=N$; $S_1 = \sum_{i=1}^{m_1} t_i$	Наблюдениям подлежат N изделий; наблюдения прекращают, когда число отказавших изделий достигнет N

2	*[NUT];* $0 \le m_2 \le N;$ $S_2 = \sum_{i=1}^{m_2} t_i + (N - m_2)T$	Наблюдениям подлежат N изделий; наблюдения прекращают по истечении времени T
3	*[NUr];* $m_3 = r > 0;$ $S_3 = \sum_{i=1}^{m_3} t_i + (N - m_3)t_r$	Наблюдениям подлежат N изделий; наблюдения прекращают, когда число отказавших объектов достигнет r
	Планы для невосстанавливаемых изделий, из которых отказавшие во время наблюдений (испытаний) заменяются новыми	
4	*[NRT];* $0 \le m_4 \le N;$ $S_4 = NT$	Наблюдениям подлежат N изделий; наблюдения прекращают по истечении времени T

Продолжение табл. 6.1.

Номер планов j	Индекс плана j; выражение mJ; выражение SJ	Описание плана
5	$[NRr]$; $m_5 = r > 0$; $S_5 = Nt_r$	Наблюдениям подлежат N изделий; наблюдения прекращают, когда число отказавших объектов достигнет r
	Планы для невосстанавливаемых изделий, из которых после каждого отказа работоспособность изделия восстанавливается	
6	$[NMT]$; $m_6 \geq 0$; $S_6 = NT$	Наблюдениям подлежат N изделий; каждое изделие наблюдается до наработки T
7	$[NMr]$; $m_7 = Nr > 0$; $S_7 = \sum_{i=1}^{N} t_{r_i}$	Наблюдениям подлежат N изделий; каждое изделие наблюдается до восстановления у него r отказов
8	$[NMr_\Sigma]$; $m_8 = r_\Sigma > 0$; $S_8 = \sum_{i=1}^{N} t_i^{/}$	Наблюдениям подлежат N изделий; наблюдения прекращают при возникновении суммарного числа r_Σ отказов всех изделий

продолжение табл. 6.1.

Номер планов j	Индекс плана j; выражение mJ; выражение SJ	Описание плана
9	$[NMT_{\Sigma}]$; $m_9 \geq 0$; $S_9 = T_{\Sigma}$	Наблюдениям подлежат N изделий; испытания прекращают при получении T_{Σ} – суммарной наработки всех изделий

Примечания:

1. В планах 2–5 параметр λ экспоненциального распределения называется интенсивностью отказов.

2. В планах 6-9 имеет место простейший поток отказов.

3. S_j – суммарная наработка всех изделий за время наблюдений по j-му плану; m_j – суммарное число отказов за время наблюдений;
t_i – наработка i-го изделия до отказа; t_{r_i} – наработка i-го изделия до r-го отказа; t_i' – наработка i-го объекта полностью за время испытаний.

4. При наблюдениях за невосстанавливаемыми изделиями по плану $[NUr]$ при $r = N$ и за восстанавливаемыми изделиями по плану $[NMr]$ при любом r получаются полностью определенные выборки значений t_i. При остальных планах наблюдений за невосстанавливаемыми и восстанавливаемыми изделиями получаются, как правило, не полностью определённые выборки.

В табл. 6.2 приведены рекомендации по применению планов наблюдений.

Таблица 6.2

Рекомендации по применению планов наблюдений

План наблюдения	Показатели надёжности	Распределение случайной величины
$[NUN]$	Средняя наработка до отказа, средний ресурс, средний срок службы, гамма-процентный ресурс, гамма-процентный срок службы, вероятность безотказной работы	Вейбулла, экспоненциальное, нормальное, логарифмически нормальное
$[NUr]$	Гамма-процентный ресурс, гамма-процентный срок службы, вероятность безотказной работы	Неизвестное
$[NUT]$	Средняя наработка до отказа, средний ресурс, средний срок службы	Вейбулла, экспоненциальное, нормальное
$[NRr],[NRT$	Средняя наработка до отказа	Экспоненциальное
$[NMr]$	Средняя наработка на отказ, коэффициент готовности	Неизвестное
$[NMT]$	Средняя наработка на отказ	Экспоненциальное

Примечания:

- планы с индексом U, т.е. планы наблюдений невосстанавливаемых изделий, согласно которым отказавшие во время наблюдений изделия не заменяются новыми;

- планы с индексом R, т.е. планы наблюдений невосстанавливаемых изделий, согласно которым отказавшие во время наблюдений изделия заменяются новыми;

- планы с индексом M, т.е. планы наблюдений восстанавливаемых изделий, согласно которым после каждого отказа работоспособность изделия восстанавливается.

Определение точечных оценок параметров экспоненциального закона распределения

Функция плотности вероятности имеет вид

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}\text{, при } t \geq 0, \qquad (6.1)$$

где $a = 1/\lambda$ – среднее значение случайной величины *t*.

Оценку среднего значения a случайной величины t будем обозначать t, а оценку параметра λ будем обозначать λ.

Выражения для оценок t и λ приведены в табл. 6.3.

Таблица 6.3

Выражения для оценок $\hat{t}$ и $\hat{\lambda}$

Случай	t	λ
1. Полностью определённая выборка	Несмещённая оценка $\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} t_i$	Несмещённая оценка при $n > 1$ $(n-1) : \sum\limits_{i=1}^{n} t_i$. Смещённая оценка при $n = 1$ $\frac{1}{t_1}$

2. Испытания по планам $[NRT]$, $[NMT]$, $[NMT_\Sigma]$	Смещённая оценка при $m > 0$ $\frac{S}{m}$	Несмещённая оценка $\frac{m}{S}$
3. Испытания по плану $[NUT]$	Смещённая оценка при $m>0$ $\frac{S}{m}$	Смещённая оценка $\frac{m}{S}$
4. Испытания по планам $[NRr]$, $[NUr]$, $[NMr]$	Несмещённая оценка при $m > 0$ $\frac{S}{m}$	Несмещённая оценка при $m > 1$ $(m-1)/S$. Смещённая оценка при $m = 1$ $\frac{1}{S}$

Примечание: где S – суммарная наработка всех изделий за время наблюдений (испытаний); m – суммарное число отказов всех изделий за время наблюдений (испытаний).

Если имеется несколько полностью определённых выборок любого объёма из одной и той же генеральной совокупности, то несмещенную оценку t можно определить по уравнению

$$t = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i, \qquad (6.2)$$

объединив все эти выборки в одну общую выборку.

Если имеются результаты нескольких серий испытаний объектов из одной и той же генеральной совокупности по одному и тому же плану, то можно получить общую оценку $\hat{t}$ по всем этим испытаниям, используя уравнение

$$t = \frac{S}{m}. \qquad (6.3)$$

При этом (6.2) и (6.3) будут относиться ко всей совокупности результатов испытаний.

Точечную оценку для параметра λ вычисляют по формулам табл. 6.4 в зависимости от плана наблюдения.

Таблица 6.4

Формулы для определения точечных оценок параметра λ

Номер плана	Планы наблюдений	Оценки λ
1	*[NUN]*	$\frac{N-1}{\sum_{i=1}^{N} t_i}$
2	*[NUT]*	$\frac{d}{\sum_{i=1}^{d} t_i + (N-d)T}$

Продолжение табл. 6.4

Номер плана	Планы наблюдений	Оценки $\hat{\lambda}$
3	$[NUr]$	$\dfrac{r-1}{\sum_{i=1}^{r} t_i + (N-r)t_r}$
4	$[NRT]$	$\dfrac{d}{NT}$
5	$[NRr]$	$\dfrac{r-1}{Nt_r}$

Примечания: N – число изделий, поставленных под наблюдение; T – установленная продолжительность наблюдений; d – число отказов за время T; r – число отказов, до получения которых проводятся наблюдения; t_r – наработка изделия для получения r отказов.

Планы испытаний надёжности очистного оборудования

Для оценки безотказности и ремонтопригодности деталей используется план наблюдений $[N,R,r]$, т.е. наблюдениям подлежат N объектов; после каждого отказа работоспособность отказавшего объекта восстанавливается, наблюдения ведутся до возникновения отказов с учётом всех объектов.

Для оценки долговечности машин используется план наблюдения $[N,U,N]$, т.е. наблюдения ведутся за N объектами до возникновения предельного состояния у всех объектов.

Показатели надёжности оцениваются для отдельных машин с относительной ошибкой $\delta = 0{,}1$ при доверительной вероятности

$\beta = 0{,}8$, для основных сборочных единиц соответственно с $\delta = 0{,}2$ и $\beta = 0{,}8$.

7. ИНФОРМАЦИЯ О НАДЕЖНОСТИ ГОРНЫХ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ

7.1. Цели сбора информации о надежности горных машин и оборудования

Для решения проблемы надежности необходим целый комплекс условий, в том числе и организованная система сбора и обработки информации о надежности изделий машиностроения, без которой невозможно наиболее полно и достоверно оценить показатели надежности, а также решать задачи повышения надежности вновь создаваемых машин.

Целью сбора и обработки информации о надежности является:

- накопление материалов, необходимых для определения или уточнения количественных значений показателей надежности;
- оценка технико-экономических показателей работы машин с учетом уровня их надежности;
- изучение влияния условий и особенностей эксплуатации на надежность;
- разработка мероприятий, позволяющих устранять конструктивные, технологические и другие недостатки машин при их проектировании и изготовлении;
- разработка и совершенствование методов технической эксплуатации машин и организации работ обслуживающего персонала;
- накопление сведений, необходимых для установления норм запасных частей, ремонтных нормативов и совершенствования системы ремонтов;
- уточнение технической документации.

Получаемая информация о надежности должна позволять:

- оценивать различные типы горных машин, комплексов и агрегатов по их надежности;

- устанавливать статистические закономерности потоков отказов и восстановлений, а также законы распределения ресурсов изделий и их элементов;

- изучать характер и причины отказов горных машин и их элементов;

- выявлять элементы, лимитирующие надежность горных машин, комплексов и агрегатов;

- определять предельное состояние элементов;

- обосновывать и контролировать эффективность мероприятий по повышению надежности.

7.2. Методы получения информации о надежности горных машин и оборудования

Существуют два способа определения количественных значений показателей надежности, а именно:

- по результатам проведения специальных исследований надежности;

- по результатам работы горных машин, комплексов и агрегатов в реальных условиях эксплуатации.

Порядок сбора и учета информации о надежности горных машин и оборудования должен отвечать ГОСТ 20857-75 и ГОСТ 16487-70.

Оба эти способа имеют свои достоинства и недостатки. Проведение специальных исследований надежности в лабораторных условиях или на заводских стендах связано с большими трудностями имитации внешних условий, в которых придется работать испытываемым изделиям, со значительной стоимостью и длительностью испытаний, а зачастую и с прямой невозможностью их проведения по различным причинам. Однако если такие испытания удается организовать, то их проведение целиком зависит от исследователей, которые могут планировать испытания, выбирать наиболее отработанные приемы и методы, фиксировать любые интересующие их величины. Короче говоря, можно управлять процессом функционирования испытываемых изделий и сравнительно легко собирать всю необходимую информацию для оценки их надежности.

При втором способе, напротив, стоимость работ, связанных с оценкой надежности эксплуатируемых изделий минимальна (затраты на сбор и обработку статистических данных), никакой имитации внешних условий не требуется (необходимо только учитывать различия условий работы изделий), длительность наблюдений и объем статистических данных могут целиком определяться продолжительностью всего процесса эксплуатации и общим количеством работающих изделий.

Основные недостатки этого способа получения показателей надежности обусловлены тем, что процесс эксплуатации изделий не зависит от исследователя, который должен суметь извлечь объективную информацию о надежности изделий по записям, выполненным большим числом разных наблюдателей. Кроме того, таким способом можно оценивать надежность существующего забойного оборудования, а не вновь создаваемого.

Основными методами получения информации о надежности горных машин, комплексов и агрегатов являются:

- хронометражные наблюдения в процессе эксплуатации монтажных, демонтажных и сборочно-разборочных работ;
- регистрация наработки узла или детали до их замены;
- лабораторные и заводские стендовые испытания элементов.

Дополнительные данные для оценки надежности могут быть также получены:

- путем регистрации обслуживающим персоналом шахты отказов элементов комплексов и агрегатов в специальных журналах;
- по данным регистрации фактического расхода запасных частей;
- по записям в диспетчерских журналах простоев из-за отказов.

Хронометражные наблюдения в процессе эксплуатации позволяют получить основные показатели надежности горных машин, комплексов и агрегатов.

Хронометражные наблюдения при монтажных, демонтажных и ремонтных работах позволяют дополнительно оценить ремонтопригодность отдельных узлов и агрегатов.

Независимо от метода получения информации, она может быть эффективно использована при строгой достоверности всех получаемых данных.

Получение достоверных показателей надежности достигается путем проведения хронометражных наблюдений за работой оборудования в различных горно-геологических условиях. Хронометражные наблюдения должны производиться по заранее намеченному плану и не должны отменяться в зависимости от изменения работ в лаве; такой порядок проведения хронометражных наблюдений дает возможность учесть отказы различного типа, в том числе устраняющиеся в течение смены или более.

Весь первичный статистический материал информации о надежности горных машин фиксируется в следующих основных документах:

- в карте хронометражных наблюдений;
- в картах-накопителях по техническому обслуживанию и ремонту.

Эти документы соответствуют ГОСТ 20875-75 (приложения № 1–4).

Для успешного проведения хронометражных наблюдений назначается ответственные лица за наблюдением горно-шахтного оборудования, которые обязаны:

- провести инструктаж хронометражистов с целью ознакомления их с методикой и особенностями наблюдений;
- составить график выходов хронометражистов по сменам;
- контролировать правильность проведения хронометражных наблюдений.

На подконтрольное оборудование заводится журнал эксплуатационных наблюдений, в который заносятся общие сведения об условиях эксплуатации, паспортные характеристики изделия, сведения об отказах оборудования, связанные с заменой деталей, узлов или машин в целом и трудоемкости по этим работам.

Журнал эксплуатационных наблюдений заводится на каждую лаву и ежесменно заполняется механиком участка.

Проведение весьма длительных непрерывных хронометражных наблюдений связано с определенными трудностями. Поэтому наработка до отказа элементов, имеющих ресурс работы больший, чем длительность непрерывных наблюдений, может определяться путем фиксации дат установки элемента в машине и замены его из-за отказа. В этом случае наработка до отказа может быть определена в машино-часах, тоннах добытого угля, количестве рабочих смен.

Для этого необходимо: маркировать наблюдаемые элементы, систематически проверять состояние их работоспособности для фиксации даты и времени их замены, устанавливать причину отказа.

В ряде случаев отказавший элемент ремонтируется не в лаве, а в шахтной мастерской или на рудоремонтном заводе. Если в машине или оборудовании таких элементов много и они ремонтируются довольно часто, наработка на отказ такого элемента может быть установлена ориентировочно по частоте ремонтов.

Информация о надежности должна быть полной и содержать: условия и режимы эксплуатации, время простоев по организационным причинам, время, затрачиваемое на профилактические и другие виды ремонтов, время наступления и устранения отказа, причины отказа.

Информационные материалы должны отражать результаты такого количества наблюдений, которое явилось бы достаточным для определения показателей надежности.

Необходимое число смен наблюдений за работой горной машины, комплекса или агрегата может быть определено по формуле:

$$N_{CM} = \frac{nT}{K_Э K_P t_{CM}} \qquad (7.1)$$

где n – количество отказов, которое необходимо зарегистрировать при проведении наблюдений;

T – возможная величина наработки на отказ горной машины, комплекса или агрегата, час;

$K_Э$ – коэффициент непрерывности работы исследуемого объекта;

K_P – коэффициент, учитывающий режим работы производственного участка;

t_{CM} – продолжительность смены, час.

Количество отказов n, которое необходимо зарегистрировать при проведении наблюдений находится из табл. 7.1 в зависимости от требуемой степени достоверности γ и коэффициента точности δ_3.

Величина γ принимается равной $0{,}9 \div 0{,}95$. Коэффициент δ_3 определяется из выражения

$$\delta_3 = \frac{1}{1+\varepsilon} \tag{7.2}$$

где ε – допустимая величина относительной ошибки, принимаемая в практических расчетах равной $0{,}05 \div 0{,}15$.

Коэффициент K_P, учитывающий режим работы производственного участка, определяется по формуле

$$K_P = \frac{zt_{CM}}{24} \tag{7.3}$$

где z – число рабочих смен в сутки.

Таблица 7.1

γn	δ_1		δ_2		δ_3	
	0,95	0,90	0,95	0,90	0,95	0,90
1	19,50	9,50	0,21	0,26	0,33	0,43
2	5,63	3,77	0,32	0,38	0,42	0,51
3	3,66	2,73	0,39	0,45	0,48	0,57
4	2,93	2,29	0,44	0,50	0,52	0,60
5	2,54	2,05	0,48	0,54	0,55	0,62
6	2,29	1,90	0,51	0,57	0,57	0,65
8	2,01	1,72	0,55	0,62	0,61	0,68
10	1,83	1,61	0,59	0,65	0,64	0,70
15	1,62	1,46	0,65	0,70	0,68	0,74
20	1,51	1,37	0,69	0,74	0,72	0,77
25	1,44	1,33	0,72	0,76	0,74	0,79
30	1,39	1,29	0,74	0,78	0,76	0,80
40	1,32	1,24	0,77	0,81	0,78	0,83
50	1,28	1,21	0,79	0,83	0,80	0,84
60	1,25	1,19	0,81	0,84	0,82	0,86
100	1,19	1,14	0,85	0,88	0,86	0,88

150	1,15	1,12	0,87	0,90	0,88	0,90
200	1,13	1,10	0,89	0,91	0,89	0,92
250	1,11	1,09	0,90	0,92	0,90	0,92
300	1,10	1,08	0,91	0,93	0,91	0,93

Продолжение табл. 7.1.

γn	δ_1		δ_2		δ_3	
	0,95	0,90	0,95	0,90	0,95	0,90
400	1,09	1,07	0,92	0,94	0,92	0,94
500	1,08	1,06	0,93	0,94	0,93	0,94
600	1,07	1,05	0,94	0,95	0,94	0,95
800	1,06	1,05	0,94	0,96	0,94	0,96
1000	1,05	1,04	0,95	0,96	0,95	0,96

Средняя продолжительность наблюдений за каждой машиной находится из выражения

$$t_{CP} = \frac{N_{CM}}{K_0 M} \quad (7.4)$$

При подстановке в формулу (7.4) развернутого выражения (7.1) для N_{CM} получим

$$t_{CP} = \frac{nT}{K_Э K_P K_0 M t_{CM}} \quad (7.5)$$

где M – количество машин исследуемого типа, находящихся в аналогичных условиях эксплуатации;

Ko – коэффициент охвата, принимаемый равным;

для серийных машин – 0,3;

для опытных партий – 0,6;

для опытных образцов – 1,0.

Заботясь о полноте информации, о надежности, необходимо иметь в виду, что лишние сведения затрудняют сбор данных, снижают оперативность обработки информации и уменьшают эффективность ее использования.

Важным требованием, предъявляемым к информации, используемой для установления законов распределения случайных значений времени безотказной работы горных машин и времени их восстановления, является ее непрерывность.

Для установления законов распределения указанных случайных величин необходимо использовать данные непрерывных хронометражных наблюдений, содержащие не менее $150 \div 200$ реализаций исследуемой случайной величины.

При проведении длительных хронометражных наблюдений хронометражисты должны сменяться только на рабочих местах участка.

Покидать рабочее место до прихода следующего хронометражиста можно только в том случае, если в период, пока придет следующий хронометражист, в лаве не будет проводиться никаких работ (включая ремонтные и профилактические).

Хронометражисты передают положение по смене (какие ремонтные работы не закончены и предполагаемый объем работ в следующую смену).

7.3. Обработка статистической информации о надежности

При исследованиях надежности горных машин, комплексов и агрегатов приходится, как правило, иметь дело с выборками из генеральной совокупности (генеральной совокупностью называется все множество однотипных машин).

С увеличением объема выборки функция распределения исследуемого параметра приближается к функции распределения этого параметра для генеральной совокупности. Однако статистические функции распределения и ее любые параметры, равно как и величины показателей надежности, определяемые на основании ограниченного объема данных, всегда содержат элементы случайности. Вследствие этого при исследованиях надежности значения параметров для генеральной совокупности можно получить лишь с некоторой вероятностью. Такие параметры называются оценками.

Оценкой функции распределения генеральной совокупности является статистическая функция распределения.

Обработка данных хронометражных наблюдений для определения оценок числовых характеристик и вида закона распределения случайных величин может быть представлена на примере определения величины наработки на отказ и закона распределения случайных значений времени безотказной работы t_P.

В результате хронометражных наблюдений получают случайные значения времени безотказной работы комбайна t_P, которые приведены в таблицу.

Экспериментальный статистический материал для придания ему наглядности и компактности целесообразно представить в виде статистического ряда.

Для этого весь диапазон полученных значений случайной величины t_P разбивается на интервалы. Для удобства расчетов интервалы целесообразно принимать равными. Количество их берется от 7 до 20. Большее число интервалов принимается для весьма обширного и довольно однородного статистического материала.

Примеры расчетов на надежность приведены в разделе 5.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Байхельт Ф. Надёжность и техническое обслуживание. Математический подход / Ф. Байхельт, П. Франкен. – М.: Радио и связь, 1988. – 392 с.

2. Вопросы математической теории надёжности / Е.Ю. Барзилович, Ю. К. Беляев, В. А. Каштанов и др. – М.: Радио и связь, 1983.– 376 с.

3. Солод В. И. Надёжность горных машин и комплексов / В.И. Солод, В. Н. Гетопанов, И. Л. Шильберг. – М.: Изд-во Моск. горн. ин-та, 1972. – 198 с.

4. Кубачек В. Р. Основы надёжности горных машин / В. Р. Кубачек, Л. Г. Куклин. – Свердловск: Изд-во СГИ им. В. В. Вахрушева, 1982. – 72 с.

5. Предупреждение разрушения деталей забойного оборудования / Н. Б. Шубина, Б. Г. Грязнов, И. М. Шахтин и др. – М.: Недра, 1985.– 215 с.

6. ГОСТ 27.002–89 Основные понятия. Термины и определения.

7. ГОСТ 27.003–90 Состав и общие правила задания требований по надежности.

8. ГОСТ 27.301–95 Расчет надежности.

9. ГОСТ 27.31095 Анализ видов, последствий и критичности отказов.

10. ГОСТ 27.402–95 Планы испытаний для контроля средней наработки до отказа (на отказ).

11. ГОСТ 27.410–87 Методы контроля показателей надежности и планы контрольных испытаний на надежность.

12. ОСТ 24.080.01. Надежность горных машин и оборудования. Термины.

13. Надежность и долговечность машин и оборудования (опыт и теоретические исследования) Т. А. Киселева, Т. И. Фролова / Изд-во стандартов, Москва, 1972. – 314 с.

14. Надежность и ремонт машин / В. В. Курчаткин, Н. Ф. Тельнов, К. А. Ачкасов и др.; Под. ред. В. В. Курчаткина. – М.: Колос, 2000. – 776 с.

15. Надежность горных машин и оборудования: Учеб. пособие / Ю. Г. Полкунов, А. А. Хорешок, Б. А. Катанов, Г. Д. Буялич / ГУ КузГТУ. – Кемерово, 2003. – 81 с.

СОДЕРЖАНИЕ